

Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2
für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2012

20. Juni 2012

- 40) Wann sind zwei Matrizen *kongruent*? Erläutern Sie, wie man eine zu einer gegebenen reellen symmetrischen Matrix kongruente Diagonalmatrix berechnet. Es sei

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie eine invertierbare 4×4 -Matrix P so, daß $P^T \cdot A \cdot P$ eine Diagonalmatrix ist.

- 41) Was ist die *Signatur* einer reellen symmetrischen Matrix bzw. einer reellen symmetrischen Bilinearform? Berechnen Sie die Signatur der folgenden zwei reellen symmetrischen Matrizen:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -5 \\ 3 & -5 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 42) Wann ist eine reelle symmetrische Matrix *positiv definit*? Wie überprüft man, ob eine reelle symmetrische Matrix positiv definit ist? Wie überprüft man, ob eine reelle Bilinearform ein Skalarprodukt ist? Es seien V ein 3-dimensionaler reeller Vektorraum, \underline{v} eine Basis von V und b_1, b_2, b_3 die Bilinearformen auf V , deren Matrizen bezüglich \underline{v} gleich

$$\begin{pmatrix} 873,204 & 234,456 & 955,678 \\ 234,456 & 775,991 & -128,765 \\ 955,678 & -128,765 & -731,227 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -3 \\ -1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

sind. Überprüfen Sie, welche der drei Bilinearformen ein Skalarprodukt ist und berechnen Sie durch Kongruenzumformungen ihrer Matrix eine Orthonormalbasis bezüglich diesem Skalarprodukt von V .