Proseminar
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 2 für Lehramtsstudierende
Sommersemester 2012

6. Juni 2012

34) Was ist eine *multilineare Funktion*? Es sei (v_1, v_2, v_3) eine Basis eines reellen Vektorraums V und
$$f : V \times V \times V \longrightarrow V$$
die multilineare Funktion mit
$$f(v_i, v_j, v_k) := (i - j - k)(v_1 + v_2)\,, \quad 1 \leq i, j, k \leq 3\,.$$
Berechnen Sie $f(v_1 + 2v_2 + v_3, v_1 - 3v_3, v_2 + 2v_3)$.

35) Was ist eine alternierende Funktion? Es sei (e_1, e_2, e_3) die Standardbasis von $\mathbb{R}^3$ und
$$f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$
die multilineare Funktion mit
$$f(e_i, e_j) := (j - i)e_k, \quad 1 \leq i, j \leq 3\,.$$
Dabei ist für $i \neq j$ der Index k so zu wählen, dass $\{i, j, k\} = \{1, 2, 3\}$ ist. Ist f alternierend?
Berechnen Sie $f((1, -1, 2), (3, 1, -2))$ und $f((a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3))$, wobei $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ reelle Zahlen sind.

36) Aus: Pauer, F., Scheirer-Weindorfer, M., Simon, A.: Mathematik HTL 2.
Österreichischer Bundesverlag, Wien, 2012.
Aufgabe 690: Zeige durch „Ausrechnen“: Für je zwei Punkte P und Q der Ebene ist $(P+Q)\cdot(P-Q) = P\cdot P - Q\cdot Q$. Schließe daraus: Genau dann stehen die Geraden $\{c\cdot(P+Q) | c \in \mathbb{R}\}$ und $\{c\cdot(P-Q) | c \in \mathbb{R}\}$ aufeinander normal, wenn die Abstände von P und Q zum Nullpunkt gleich sind.
Aufgabe 691: Rechne noch einmal Aufgabe 690, aber diesmal für Punkte P und Q des Raumes. Ändert sich dabei etwas? Begründe.
Die Ebene wird dabei (nach Wahl eines Koordinatensystems) als $\mathbb{R}^2$ betrachtet. $P \cdot Q$ ist das Standardskalarprodukt der Zahlenpaare P und Q.