

Lineare Algebra 1
SL1 bzw. PS2
WS 2011/12

10./11. Oktober 2011

- 6) Wie sind die Begriffe *Vereinigung*, *Durchschnitt* und *Mengendifferenz* definiert? Wie überprüft man, ob zwei Mengen *gleich* sind? Bestimmen Sie (durch Aufzählen ihrer Elemente) die Mengen

$$(\{5, 6, 1, x, 3, 8\} \cup \{4, 2, 5\}) \cap \{4, 6, 1, x, 7, 5\}$$

und

$$\{7, 2, 1, 5, xy, 6, 8\} \setminus \{1, 3, 9, y, 7, 2\} .$$

Sind diese zwei Mengen gleich?

- 7) Beschreiben Sie die unter a) und b) dargestellten Situationen durch Funktionen (bestimmen Sie Definitions- und Bildbereich sowie Zuordnung). Überlegen Sie, wie man diese Funktionen gut darstellen kann. Geben Sie auch die Graphen dieser Funktionen an. Wählen Sie in den Bildbereichen dieser Funktionen je ein Element und beschreiben Sie die Menge aller Urbilder dieses Elementes in Worten.
- a) Jedem Punkt auf der Erdoberfläche wird seine „Höhe (in Metern) über dem Meer“ zugeordnet. Wie werden auf einer Karte die Mengen der Urbilder von 10, 20, ... dargestellt?
 - b) Ein Auto fährt eine Minute lang. Am Ende jeder Sekunde wird angegeben, welcher Weg (in Metern) in dieser Sekunde zurückgelegt wurde.

8) Berechnen Sie

$$\sum_{a=1}^2 (a^2 + 1), \quad \sum_{x=-2}^3 2x, \quad \prod_{a=3}^5 \left(\sum_{b=-1}^2 (a + 2b) \right)$$

und

$$\sum_{u=1}^4 \sum_{a=2}^4 (3u - 2) \cdot a \quad .$$

9) Was ist eine *rationale Zahl*? Wie sind Addition und Multiplikation von rationalen Zahlen definiert? Berechnen Sie ganze Zahlen a und b so, dass

$$\frac{a}{b} = \left(\frac{27}{41} - \frac{62}{13} \right) \cdot \frac{22}{37} \cdot \left(\frac{23}{34} \right)^{-1}$$

ist. Sind die zwei rationalen Zahlen

$$\frac{23456}{78913} \quad \text{und} \quad \frac{23458}{78915}$$

gleich?

10) Wie sind die Wahrheitswerte von durch *und*, *oder* oder *wenn - dann* zusammengesetzten Aussagen festgelegt?

Überprüfen Sie, ob die zusammengesetzte Aussage

„(Wenn A dann (B und A)) oder
(wenn ((nicht B) oder (nicht A)) dann (nicht A))“

immer wahr ist (unabhängig davon, ob A oder B wahr oder falsch sind).

11) Was bedeutet es, eine Behauptung *durch Induktion zu beweisen*? Beweisen Sie durch Induktion:

a) Für $n \geq 3$ ist $2n^2 > (n + 1)^2$.

b) Für $n \geq 5$ ist $2^n > n^2$. (Hinweis: Verwende a)).