Praktikum
Lineare Algebra und analytische Geometrie 1 für Lehramtsstudierende
WS 2011/2012

Blatt 9

28. November 2011

In den folgenden Aufgaben betrachten wir das Standard-Skalarprodukt auf $\mathbb{R}^n$.

(1) Berechnen Sie die Skalarprodukte von je zwei der folgenden drei 4-Tupel: $(1, 2, 3, 4)$, $(2, 3, 4, 5)$, $(3, 4, 5, 6)$.

(2) Berechnen Sie die Abstände von je zwei der folgenden drei Punkte: $(2, 1, 0)$, $(4, -2, -2)$, $(-1, -1, -1)$.

(3) Berechnen Sie die Beträge der folgenden Zahlenpaare: $(3, 4)$, $(-5, 12)$, $(-12, -5)$, $(\frac{2}{5}, \frac{3}{2})$.

(4) Zeigen Sie: Die Menge aller Zahlenpaare in $\mathbb{R}^2$, die orthogonal zu allen Zahlenpaaren einer Geraden G durch $(0, 0)$ sind, ist wieder eine Gerade.

(5) Berechnen Sie eine implizite Form und eine Parameterform der Geraden in der vorangegangenen Aufgabe, wenn $G = \mathbb{R}(4, -5)$ ist.

(6) Zeigen Sie: Die Menge aller Zahlentripel in $\mathbb{R}^3$, die orthogonal zu allen Zahlentripeln einer Geraden G durch $(0, 0, 0)$ sind, ist eine Ebene.

(7) Berechnen Sie eine implizite Form und eine Parameterform der Ebene in der vorangegangenen Aufgabe, wenn $G = \mathbb{R}(1, 2, 3)$ ist.

(8) Zeigen Sie, dass $\{(x, y) \mid \langle (x, y), (3, 2) \rangle = 3\}$ eine Gerade ist. Berechnen Sie deren Parameterform.

(9) Prüfen Sie nach, ob die folgenden Vektoren den Betrag 1 haben. Ergänzen Sie in diesem Fall jeden auf zwei Weisen zu einer ON-Basis von $\mathbb{R}^2$. $(\frac{5}{13}, \frac{12}{13})$, $\frac{\sqrt{2}}{2}(1, -1)$, $\frac{\sqrt{61}}{61}(5, 6)$.

(10) Berechnen Sie die Koordinaten von $(2, 2)$ bezüglich jeder in der vorangegangenen Aufgabe berechneten ON-Basis.

(11) Berechnen Sie mit dem Schmidt'schen ON-Verfahren eine ON-Basis der Ebene durch die Punkte $(0, 0, 0)$, $(1, 2, 1)$, $(-1, 0, 2) \in \mathbb{R}^3$. Berechnen Sie die Koordinaten von $(1, 2, 1) + 3(-1, 0, 2)$ bezüglich der berechneten ON-Basis.

(12) Berechnen Sie einen Punkt der Ebene durch die Punkte $(0, 0, 0)$, $(1, 2, 1)$, $(-1, 0, 2) \in \mathbb{R}^3$, der von $(1, 1, 1)$ einen möglichst geringen Abstand hat.

(13) Berechnen Sie mit dem Schmidt'schen ON-Verfahren eine ON-Basis der Ebene durch die Punkte $(0, 0, 0)$, $(2, -2, 1)$, $(-2, 1, 2) \in \mathbb{R}^3$. Berechnen Sie die Koordinaten von $3(2, -2, 1) - (-2, 1, 2)$ bezüglich der berechneten ON-Basis.

(14) Berechnen Sie einen Punkt der Ebene durch die Punkte $(0, 0, 0)$, $(2, -2, 1)$, $(-2, 1, 2) \in \mathbb{R}^3$, der von $(1, 0, 0)$ einen möglichst geringen Abstand hat.