Praktikum
Lineare Algebra und analytische Geometrie 1 für Lehramtsstudierende
WS 2011/2012

Blatt 6

7. November 2011

(1) Berechnen Sie $L(A,b)$ für $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(2) Berechnen Sie $L(A,b)$ für $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 5 \end{pmatrix}$.

(3) Berechnen Sie $L(A,b)$ für $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(4) Berechnen Sie $L(A,b)$ für $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix}$.

(5) Berechnen Sie $L(A,b)$ für $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(6) Beschreiben Sie die Lösungsmenge jedes der folgenden Systeme linearer Gleichungen durch endlich viele Daten:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 - 5x_3 - 3x_4 - 5x_5 &= 0 \\ 3x_1 + x_2 - 7x_3 - 5x_4 - 8x_5 &= 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - 8x_3 - 4x_4 - 7x_5 &= 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 9x_3 - 2x_4 - 3x_5 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 - 5x_3 - 3x_4 - 5x_5 &= 2 \\ 3x_1 + x_2 - 7x_3 - 5x_4 - 8x_5 &= 3 \\ 3x_1 + 2x_2 - 8x_3 - 4x_4 - 7x_5 &= 2 \\ 3x_1 + 3x_2 - 9x_3 - 2x_4 - 3x_5 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 - 5x_3 - 3x_4 - 5x_5 &= 2 \\ 3x_1 + x_2 - 7x_3 - 5x_4 - 8x_5 &= 4 \\ 3x_1 + 2x_2 - 8x_3 - 4x_4 - 7x_5 &= 2 \\ 3x_1 + 3x_2 - 9x_3 - 2x_4 - 3x_5 &= 1 \end{aligned}$$

(7) Berechnen Sie die zu $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ inverse Matrix.

(8) Überprüfen Sie, ob die Matrix $\begin{pmatrix} 6 & 15 \\ 4 & 10 \end{pmatrix}$ invertierbar ist.

(9) Berechnen Sie die zu $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ inverse Matrix.

(10) Berechnen Sie die zu $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ inverse Matrix.

(11) A und B seien die folgenden rationalen Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 8 & 6 \\ 5 & 7 & 9 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

- Gibt es Matrizen $X \in \mathbb{Q}^{3\times 3}$ und $Y \in \mathbb{Q}^{3\times 3}$ mit $XA = B$ und $AY = B$?
- Finden Sie gegebenenfalls Matrizen X und Y mit $XA = B$ und $AY = B$!
- Sind die Matrizen X und Y – falls solche existieren – durch die Bedingungen $XA = B$ und $AY = B$ eindeutig bestimmt?

Anleitung:
Untersuchen Sie zuerst, ob die Matrix A *invertierbar* ist und berechnen Sie falls möglich die zu A inverse Matrix!