

**Praktikum**  
**Lineare Algebra und analytische Geometrie 1**  
**für Lehramtsstudierende**  
**WS 2011/2012**

**Blatt 12**  
**16. Jänner 2012**

- (1) Berechnen Sie die Determinanten von

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1111111 & 2222222 \\ 4444444 & 8888888 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (2) Wir wählen das Standardskalarprodukt auf  $\mathbb{R}^2$ . Berechnen Sie die Fläche des Parallelogramms in  $\mathbb{R}^2$  mit den Eckpunkten  $0, v, w, v + w$ , dabei ist  $v := (3, -4)$  und  $w := (\frac{1}{2}, -\frac{3}{5})$ .
- (3) Wir wählen das Standardskalarprodukt auf  $\mathbb{R}^3$ . Berechnen Sie die Fläche des Parallelogramms in  $\mathbb{R}^3$  mit den Eckpunkten  $0, v, w, v + w$ , dabei ist  $v := (2, 2, -1)$  und  $w := (3, -1, 2)$ .
- (4) Der  $\mathbb{R}$ -Vektorraum  $\mathbb{R}^{3 \times 1}$  sei mit dem Standard-Skalarprodukt versehen.

Weiters sei

$$(u_1, u_2, u_3) = \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right).$$

Berechnen Sie das *Kreuzprodukt* von je zwei der drei Spalten  $u_1, u_2, u_3$  und, die Flächen der von je zwei der drei Spalten erzeugten Parallelogramme und das Volumen des von allen drei Spalten erzeugten Parallelotops.

- (5)  $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  und  $B \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 30 & 4 & 21 \\ 5 & 11 & 2 & 8 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 28 & 81 & 8 & 54 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 9 & 16 & 24 & 18 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ 27 & 32 & 60 & 52 \\ 3 & 8 & 9 & 6 \end{pmatrix}.$$

- (a) Berechnen Sie die Determinanten  $\det(A)$  und  $\det(B)$ .
- (b) Sind  $A$  und  $B$  invertierbar? Bestimmen Sie gegebenenfalls  $\det(A^{-1})$  und  $\det(B^{-1})$ .
- (c) Berechnen Sie die Determinanten  $\det(2A)$ ,  $\det(3B)$ ,  $\det(AB)$ ,  $\det(BA)$ ,  $\det(A^T)$ ,  $\det(B^T)$ ,  $\det((AB)^T BA^T)$ .

Müssen für die Berechnung dieser Determinanten zuerst die entsprechenden Matrizen berechnet werden?