

**Praktikum**  
**Lineare Algebra und analytische Geometrie 1**  
**für Lehramtsstudierende**  
**WS 2011/2012**

**Blatt 10**  
**5. Dezember 2011**

In den folgenden Aufgaben betrachten wir das Standard-Skalarprodukt auf  $\mathbb{R}^n$ .

- (1) Berechnen Sie mit dem Schmidt'schen ON-Verfahren eine ON-Basis der Ebene durch die Punkte  $(0, 0, 0)$ ,  $(3, 0, 4)$ ,  $(-1, 1, 2) \in \mathbb{R}^3$ . Berechnen Sie die Koordinaten von  $2(3, 0, 4) + 3(-1, 1, 2)$  bezüglich der berechneten ON-Basis.
- (2) Berechnen Sie einen Punkt der Ebene durch die Punkte  $(0, 0, 0)$ ,  $(3, 0, 4)$ ,  $(-1, 1, 2) \in \mathbb{R}^3$ , der von  $(2, 2, 2)$  einen möglichst kleinen Abstand hat.
- (3) Berechnen Sie den Fußpunkt des Lotes von  $(3, 5)$  auf die Gerade  $\mathbb{R}(1, -2)$  und den Abstand von  $(3, 5)$  von dieser Geraden. Wählen Sie ein Koordinatensystem und zeichnen Sie diese zwei Punkte und diese Gerade ein.
- (4) Berechnen Sie den Fußpunkt des Lotes von  $(2, 1, -3)$  auf die Gerade  $\mathbb{R}(2, 3, 1)$  und den Abstand von  $(2, 1, -3)$  von dieser Geraden.
- (5) Berechnen Sie den Fußpunkt des Lotes von  $(0, 4)$  auf die Gerade  $(2, 3) + \mathbb{R}(1, -2)$  und den Abstand von  $(0, 4)$  von dieser Geraden. Wählen Sie ein Koordinatensystem und zeichnen Sie diese zwei Punkte und diese Gerade ein.
- (6) Berechnen Sie den Fußpunkt des Lotes von  $(1, 1, -1)$  auf die Gerade  $(2, 0, 4) + \mathbb{R}(2, -1, 1)$  und den Abstand von  $(1, 1, -1)$  von dieser Geraden.
- (7) Berechnen Sie den Abstand der Geraden  $(1, 0, 2) + \mathbb{R}(1, -2, 0)$  und  $(3, 1, -2) + \mathbb{R}(3, 1, -1)$ .
- (8) Berechnen Sie den Cosinus des Winkels zwischen den Halbgeraden  $\mathbb{R}_{\geq 0}(3, 1)$  und  $\mathbb{R}_{\geq 0}(-1, 4)$ .
- (9) Berechnen Sie den Cosinus des Winkels zwischen den Halbgeraden  $\mathbb{R}_{\geq 0}(2, 1, 3, 1)$  und  $\mathbb{R}_{\geq 0}(-2, 1, 3, 0)$ .
- (10) Der Abstand zwischen den Tripeln  $v \in \mathbb{R}^3$  und  $(0, 0, 0)$  sei 2. Der Cosinus des Winkels zwischen den Halbgeraden  $\mathbb{R}_{\geq 0}(3, 1, -3)$  und  $\mathbb{R}_{\geq 0}v$  sei  $\frac{1}{2}$ . Berechnen Sie den Abstand zwischen  $v$  und  $(3, 1, -3)$ .
- (11) Zwei Kräfte, die im selben Punkt angreifen, schließen den Winkel  $\frac{\pi}{3}$  ein. Die Beträge der Kräfte sind 2 und 3. Berechnen Sie den Betrag der resultierenden Kraft.
- (12) Berechnen Sie ein Tripel  $(a, b, c)$  so, dass  $\|(a, b, c)\| = 3$  und der Winkel zwischen  $\mathbb{R}_{\geq 0}(2, 0, 0)$  und  $\mathbb{R}_{\geq 0}(a, b, c)$  gleich  $\frac{\pi}{3}$  ist. Berechnen Sie den Betrag von  $(a, b, c) + (2, 0, 0)$ .