

Proseminar Lineare Algebra 2
Sommersemester 2010

24. bzw. 25. Juni 2010

70) Wir betrachten \mathbb{R}^3 mit dem Standardskalarprodukt und der durch die Standardbasis gegebenen Orientierung als orientierten euklidischen Raum. Was ist eine *Drehung* in \mathbb{R}^3 ? Was ist die *Drehachse*, was ist die *Drehebene*, was ist der *Drehwinkel* einer Drehung? Berechnen Sie die Matrix bezüglich der Standardbasis der Drehung um die Drehachse $\mathbb{R}(2, 2, -1)$ mit Drehwinkel $\frac{\pi}{3}$. Dabei sei die Drehebene E so orientiert, dass für eine positiv orientierte Basis (u, v) von E die Basis $(u, v, (2, 2, -1))$ von \mathbb{R}^3 positiv orientiert ist.

71) Es seien V ein 3-dimensionaler orientierter euklidischer Raum, \underline{v} eine positiv orientierte Orthonormalbasis von V und f die lineare Funktion von V nach V , deren Matrix bezüglich \underline{v}

$$\frac{1}{7} \begin{pmatrix} 2 & -3 & 6 \\ 3 & 6 & 2 \\ -6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

ist.

Überprüfen Sie, ob f eine Drehung oder Drehspiegelung ist und berechnen Sie die Drehachse sowie den Cosinus des Drehwinkels.

72) Was ist eine *Schraubung*, was ist eine *Drehspiegelung*? Die folgenden Funktionen f, g, h, k von $\mathbb{R}^{3 \times 1}$ (mit dem Standardskalarprodukt) sind Isometrien. Bestimmen Sie, ob es sich um Drehungen, Schraubungen, Drehspiegelungen, Spiegelungen, Translationen oder Gleitspiegelungen handelt.

$$f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) := \begin{bmatrix} \frac{7x}{9} - \frac{4y}{9} - \frac{4z}{9} + 2 \\ \frac{4x}{45} + \frac{7y}{9} - \frac{28z}{45} - 1 \\ \frac{28x}{45} + \frac{4y}{9} + \frac{29z}{45} + 2 \end{bmatrix}$$

$$g\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) := \begin{bmatrix} \frac{7x}{9} - \frac{4y}{9} - \frac{4z}{9} \\ \frac{4x}{45} + \frac{7y}{9} - \frac{28z}{45} \\ \frac{28x}{45} + \frac{4y}{9} + \frac{29z}{45} \end{bmatrix}$$

$$h\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) := \begin{bmatrix} -\frac{3x}{13} + \frac{4y}{13} - \frac{12z}{13} \\ \frac{12x}{13} - \frac{3y}{13} - \frac{4z}{13} \\ \frac{4x}{13} + \frac{12y}{13} + \frac{3z}{13} \end{bmatrix}$$

$$k\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) := \begin{bmatrix} \frac{x}{9} - \frac{4y}{9} + \frac{8z}{9} - 1 \\ -\frac{4x}{9} + \frac{7y}{9} + \frac{4z}{9} - 1 \\ \frac{8x}{9} + \frac{4y}{9} + \frac{z}{9} + 3 \end{bmatrix}$$