

Lineare Algebra 1
SL1 bzw. PS2 bzw. PS3
WS 2015/16

5. Oktober 2015

- 1) Wie überprüft man, ob eine Menge A eine *Teilmenge* einer Menge B ist? Wie überprüft man, ob zwei Mengen *gleich* sind? Welche der folgenden Behauptungen sind richtig? Begründen Sie Ihre Aussage.

$$\begin{aligned}\{a \in \mathbb{Z} \mid a^2 \leq 10\} &\subseteq \{b \in \mathbb{Z} \mid 3b \leq 10\} \\ \{b \in \mathbb{Z} \mid 3b \leq 10\} &\subseteq \{a \in \mathbb{Z} \mid a^2 \leq 10\} \\ \{c \in \mathbb{Z} \mid 2c + 1 = -7\} &= \{-4\} \\ \{e \in \mathbb{Z} \mid e^2 = 5\} &= \{f \in \mathbb{Z} \mid f^4 = 5\}\end{aligned}$$

- 2) Wie sind die Begriffe *Vereinigung*, *Durchschnitt* und *Differenz* von Mengen definiert? Bestimmen Sie (durch Aufzählen ihrer Elemente) die Mengen

$$(\{rs, sr, 12, 21, ?\} \cup \{sr, 21, 9, x, yyy\}) \cap \{r, sr, 1, 2, y, x, 9, 12\},$$

$$(\{rs, sr, 12, 21, ?\} \cap \{sr, 21, 9, x, yyy\}) \cup \{r, s, 21, y, x, 9\},$$

und

$$(\{rs, sr, 12, 21, ?\} \setminus \{r, s, 12, 21\}) \cup \{x, rs, 21, 12\}.$$

- 3) Es seien A und B Mengen. Was ist eine *Funktion* (oder *Abbildung*) von A nach B ? Beschreiben Sie die unter a), b), c) und d) dargestellten Situationen durch Funktionen (geben Sie den Definitionsbereich, den Bildbereich und die Zuordnungsvorschrift an). Überlegen Sie, wie man diese Funktionen gut darstellen kann.

- a) Unmittelbar nach Stimmabgabe bei einer Wahl werden 500 Personen befragt, welcher der Parteien C, D, E, F, G, H sie ihre Stimme gegeben haben oder ob sie ungültig gewählt haben.

- b) Nach der Umfrage in a) wird für jede Partei die Anzahl der befragten Personen, die sie gewählt haben, ermittelt. Ebenso wird die Anzahl der befragten Personen, die ungültig gewählt haben, bestimmt.
- c) Von allen Mitgliedern eines Sportvereins wird das Körpergewicht am Anfang und am Ende einer Trainingswoche bestimmt.
- d) Jeder Mensch, der 2015 lebt, hat genau einen (leiblichen) Vater.
- 4) Was ist das *Urbild* eines Elementes des Bildbereichs einer Funktion? Wählen Sie im Bildbereich der Funktionen in Aufgabe 3 je ein Element und beschreiben Sie die Menge aller Urbilder dieses Elementes in Worten.
- 5) Was ist der *Graph* einer Funktion? Beschreiben Sie die unter a) b) und c) dargestellten Situationen durch Funktionen (geben Sie den Definitionsbereich, den Bildbereich und die Zuordnung an). Geben Sie die Graphen dieser Funktionen an.
- a) Jedem Punkt der Oberfläche des Gardasees wird die Tiefe des Sees in Metern an dieser Stelle zugeordnet. Wie werden auf einer Wanderkarte die Mengen der Urbilder von 50, 100, ... dargestellt? Wie kann man den Graphen dieser Funktion veranschaulichen?
- b) Ein Auto fährt eine Stunde lang. Am Ende jeder Minute wird angegeben, welchen Weg (in Metern) das Auto in dieser Minute zurückgelegt hat.
- c) Beim „kleinen 1×1 “ wird je zwei Zahlen in $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ihr Produkt zugeordnet.
- 6) Wie überprüft man, ob zwei Funktionen gleich sind? Es seien

$$f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{5, 10, 17, 26\}, 1 \mapsto 5, 2 \mapsto 10, 3 \mapsto 17, 4 \mapsto 26,$$

$$g : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto (x + 1)^2 + 1,$$

$$h : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{y^2 + 2y + 2 \mid y = 1, 2, 3, 4\},$$

$$z \mapsto z^2 + 2z + 2,$$

$$k : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \bullet \mapsto (\bullet + 1)^2 + 1.$$

Überprüfen Sie, ob zwei dieser Funktionen gleich sind.