

# Proseminar Lineare Algebra

WS 2017/18

2. bzw. 3. Oktober 2017

1) Schreiben Sie die Mengen

$$\{a \in \mathbb{N} \mid (7 \leq a \leq 33) \text{ und } (a \text{ ist eine gerade Zahl}) \}$$

$\{M \mid M \text{ deutscher Name eines Wochentages, der mit S oder M beginnt} \}$

$$\{B \mid B \text{ Bundesland von Österreich} \}$$

durch Anschreiben ihrer Elemente zwischen geschweiften Klammern an.

Beschreiben Sie die Mengen

$$\{-5, -10, 5, 0, 15, 10\}$$

$$\{\frac{1}{4}, 16, 4, 1, 64\}$$

$$\{-4, -11, 3, 10, 17, 24, 31\}$$

$\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$

durch ausreichend viele Eigenschaften ihrer Elemente.

2) Wie sind die Begriffe *Vereinigung*, *Durchschnitt* und *Differenz* von Mengen definiert? Bestimmen Sie (durch Aufzählen ihrer Elemente) die Mengen

$$(\{ab, 1, 2, ?\} \cup \{ba, 2, 3, !, yyy\}) \cap \{a, b, ab, 1, y, ?\},$$

$$(\{ab, ba, 1, 2, ?\} \cap \{ba, 1, 2, !, yyy\}) \cup \{a, b, ab, 1, y, ?\},$$

und

$$(\{ab, ba, 1, 2, ?\} \setminus \{a, b, 1, 2\}) \cup \{z, !\}.$$

Ist eine dieser drei Mengen eine Teilmenge einer anderen dieser drei Mengen?

- 3) Es seien  $A$  und  $B$  Mengen. Was ist eine *Funktion* von  $A$  nach  $B$ ? Was ist der *Graph* einer Funktion? Beschreiben Sie die unter a), b) und c) dargestellten Situationen durch Funktionen (geben Sie den Definitionsbereich, den Bildbereich und die Zuordnung an). Überlegen Sie, wie man diese Funktionen gut darstellen kann. Geben Sie auch die Graphen dieser Funktionen an. Wählen Sie in den Bildbereichen dieser Funktionen je ein Element und beschreiben Sie die Menge aller Urbilder dieses Elementes in Worten.
- Bei einer Umfrage werden 100 Personen gefragt, welche der Farben Gelb, Weiß, Blau, Grün, Rot, Schwarz, Silber sie für ihr Auto bevorzugen. Jede befragte Person nennt genau eine dieser Farben.
  - Nach der Umfrage in a) wird für jede Farbe die Anzahl der Personen, die sie gewählt haben, ermittelt.
  - Schließlich wird für jede Farbe berechnet, wieviel Prozent der befragten Personen diese Farbe bevorzugen.
- 4) Beschreiben Sie die unter a) - d) dargestellten Situationen durch Funktionen (geben Sie den Definitionsbereich, den Bildbereich und die Zuordnung an). Überlegen Sie, wie man diese Funktionen gut darstellen kann. Geben Sie auch die Graphen dieser Funktionen an. Wählen Sie in den Bildbereichen dieser Funktionen je ein Element und beschreiben Sie die Menge aller Urbilder dieses Elementes in Worten.
- Jedem Punkt im Bezirk Kufstein wird seine „Höhe (in Metern) über dem Meer“ zugeordnet. Wie werden auf einer Karte die Mengen der Urbilder von 600, 700, ... dargestellt? Erklären Sie in diesem Zusammenhang den Unterschied zwischen einer Wanderkarte und einer Reliefkarte.
  - Ein Auto fährt eine Stunde lang. Am Ende jeder Minute wird der Benzinverbrauch dieses Autos während der vergangenen Minute angegeben. Welche Funktion erhält man, wenn das Auto ein Elektroauto ist?
  - Es wird 100-mal mit zwei (unterscheidbaren) Würfeln gewürfelt. Das Ergebnis jedes Wurfes ist eine Paar von natürlichen Zahlen zwischen 1 und 6.
  - Es wird 100-mal mit zwei Würfeln gewürfelt und nur die Augensumme notiert.

5) Wie überprüft man, ob zwei Funktionen gleich sind? Es seien

$$f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{5, 10, 17, 26\}, 1 \mapsto 5, 2 \mapsto 10, 3 \mapsto 17, 4 \mapsto 26,$$

$$g : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto (x + 1)^2 + 1,$$

$$h : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{y^2 + 2y + 2 \mid y = 1, 2, 3, 4\},$$

$$z \mapsto z^2 + 2z + 2,$$

$$k : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \bullet \mapsto (\bullet + 1)^2 + 1.$$

Überprüfen Sie, ob zwei dieser Funktionen gleich sind.

6) Was ist eine *Familie von Elementen in einer Menge M mit Indexmenge I*? Was ist ein *n-Tupel von Elementen in M*? Welche Information über eine Funktion geht verloren, wenn man sie in Familienschreibweise angibt? Schreiben Sie die folgenden Funktionen in Familienschreibweise an:

$$\{1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{N}, 1 \mapsto 4, 2 \mapsto 0, 3 \mapsto 1,$$

$$\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto x^2 + 2,$$

$$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, x \mapsto 2,$$

$$\{1, 2\} \rightarrow \{\text{Huber}, \text{Meier}, \text{Schmid}\}, 1 \mapsto \text{Meier}, 2 \mapsto \text{Schmid}.$$

$$\{1, 2\} \rightarrow \{\text{Huber}, \text{Meier}, \text{Schmid}\}, 1 \mapsto \text{Schmid}, 2 \mapsto \text{Meier}.$$