Proseminar Lineare Algebra

WS 2016/17

23. Jänner 2017

1) Es seien V ein zweidimensionaler euklidischer Raum, p_1, p_2 linear unabhängige Vektoren in V, b und v zueinander senkrecht stehende Vektoren $\neq 0$ und α_1 bzw. α_2 der Winkel zwischen $-b$ und p_1 bzw. zwischen b und p_2.
(„Technische Interpretation“: $\mathbb{R}b$ beschreibt eine Brücke, $\mathbb{R}_{\geq 0}p_1$ und $\mathbb{R}_{\geq 0}p_2$ beschreiben die zwei Schenkel eines Pfeilers der Brücke und v beschreibt eine normal zur Brücke auf den Pfeiler wirkende Kraft).
Berechnen Sie $u_1 \in \mathbb{R}p_1$ und $u_2 \in \mathbb{R}p_2$ so, dass $u_1 + u_2 = v$ ist. Für welche Winkel α_1, α_2 mit $\alpha_1 = \alpha_2$ ist $\|u_1\| \geq \|v\|$?

2) Durch welche (endlich vielen) Daten wird die Lösungsmenge eines Systems linearer Gleichungen beschrieben? Erläutern Sie den *Gauß-Algorithmus* zur Berechnung dieser Daten. Es seien

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & -3 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 4 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

und

$$b := \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Lösungsmenge des durch (A, b) gegebenen Systems linearer Gleichungen.

3) Was ist die zu einer Matrix *inverse Matrix*? Erläutern Sie, wie man überprüft, ob eine Matrix invertierbar ist und - wenn ja - wie man die dazu inverse Matrix berechnet. Überprüfen Sie, ob die Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$

invertierbar ist und berechnen Sie - wenn ja - die dazu inverse Matrix. Berechnen Sie die Determinante dieser Matrix.