

# Proseminar Lineare Algebra

WS 2016/17

10. bzw. 11. Oktober 2016

- 1) Was ist der *Graph einer Funktion* ? Schreiben Sie die Graphen der Funktionen

$$\{1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{N}, 1 \mapsto 0, 2 \mapsto 4, 3 \mapsto 2,$$

$$\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, z \mapsto z^3 + z + 1,$$

$$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, y \mapsto 7,$$

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow \{\text{Christa}, \text{Heiner}, \text{Hubert}, \text{Michael}, \text{Sergiy}, \text{Werner}\},$$

$$1 \mapsto \text{Christa}, 2 \mapsto \text{Heiner}, 3 \mapsto \text{Heiner},$$

$$4 \mapsto \text{Sergiy}, 5 \mapsto \text{Werner}, 6 \mapsto \text{Hubert}.$$

an.

- 2) Berechnen Sie

$$\sum_{j=2}^6 (j+1), \quad \sum_{ab=-1}^3 ab, \quad \prod_{r=2}^3 \left( \sum_{s=-1}^1 (s-r) \right), \quad \sum_{n=1}^4 7$$

und

$$\sum_{i=0}^2 \sum_{j=1}^4 (3i+2) \cdot (j+1) \quad .$$

- 3) Schreiben Sie das Folgende mit Hilfe des Summenzeichens oder Produktzeichens kürzer an:

$$-9 + (-6) + (-3) + 0 + 3 + 6 + 9, \quad 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12,$$

$$3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 5 \cdot 6$$

- 4) Was ist eine *rationale Zahl*? Wie sind Addition und Multiplikation von rationalen Zahlen definiert? Berechnen Sie ganze Zahlen  $a$  und  $b$  so, dass

$$\frac{a}{b} = \left(\frac{31}{43} - \frac{64}{27}\right) \cdot \frac{21}{31} \cdot \left(\frac{13}{34}\right)^{-1}$$

ist. Sind die zwei rationalen Zahlen

$$\frac{23456789}{789123457} \text{ und } \frac{23456788}{789123455}$$

gleich?

- 5) Wie sind die Wahrheitswerte von durch *und*, *oder* oder *wenn - dann* zusammengesetzten Aussagen festgelegt?

Überprüfen Sie, ob eine der zusammengesetzten Aussagen

$$(A \Rightarrow (B \wedge A)) \vee ((\neg B \vee \neg A) \Rightarrow \neg A)$$

$$(A \vee B) \Rightarrow ((B \wedge A) \vee (\neg B \vee \neg A))$$

immer wahr ist (unabhängig davon, ob  $A$  oder  $B$  wahr oder falsch sind).

- 6) Was bedeutet es, eine Behauptung *durch Induktion zu beweisen*? Beweisen Sie durch Induktion:

a) Für jede positive ganze Zahl  $n$  ist  $\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ .

b) Für jede positive ganze Zahl  $n \geq 3$  ist  $2n^2 > (n+1)^2$ .