

Lineare Algebra 1
SL1 bzw. PS2
WS 2014/15

6. Oktober 2014

- 1) Wie überprüft man, ob eine Menge A eine Teilmenge einer Menge B ist?
Wir bezeichnen mit X bzw. Y die Mengen $\{a \in \mathbb{Z} \mid a^2 \leq 10\}$
bzw. $\{b \in \mathbb{Z} \mid 3b \leq 10\}$.
Welche der folgenden Behauptungen sind richtig? Begründen Sie ihre Aussage.
 $X \subseteq Y, Y \subseteq X, X \subseteq \mathbb{N}, Y \subseteq \mathbb{N}$.

- 2) Wie sind die Begriffe *Vereinigung*, *Durchschnitt* und *Differenz* von Mengen definiert? Bestimmen Sie (durch Aufzählen ihrer Elemente) die Mengen

$$(\{rs, sr, 12, 21, ?\} \cup \{sr, 21, 9, x, yyy\}) \cap \{r, s, 1, 2, y, x, 9, 12\},$$

$$(\{rs, sr, 12, 21, ?\} \cap \{sr, 21, 9, x, yyy\}) \cup \{r, s, 1, 2, y, x, 9\},$$

und

$$(\{rs, sr, 12, 21, ?\} \setminus \{r, s, 12, 21\}) \cup \{x, 12\}.$$

- 3) Wie überprüft man, ob zwei Mengen *gleich* sind? Prüfen Sie nach, ob die folgenden Behauptungen richtig sind.

$$\{c \in \mathbb{Z} \mid 2c + 1 = -7\} = \{-4\}$$

$$\{d \in \mathbb{Z} \mid d^2 + 4d - 5 = 0\} = \{u \in \mathbb{Z} \mid (u + 2)^2 - 9 = 0\}$$

$$\{e \in \mathbb{Z} \mid e^2 = 5\} = \{f \in \mathbb{Z} \mid f^4 = 5\}$$

4) Es seien A und B Mengen. Was ist eine *Funktion* (oder *Abbildung*) von A nach B ? Beschreiben Sie die unter a), b) und c) dargestellten Situationen durch Funktionen (geben Sie den Definitionsbereich, den Bildbereich und die Zuordnungsvorschrift an). Überlegen Sie, wie man diese Funktionen gut darstellen kann. Wählen Sie in den Bildbereichen dieser Funktionen je ein Element und beschreiben Sie die Menge aller Urbilder dieses Elementes in Worten.

- a) Unmittelbar nach Stimmabgabe bei einer Wahl werden 500 Personen gefragt, welcher der Parteien C, D, E, F, G, H sie ihre Stimme gegeben haben oder ob sie ungültig gewählt haben.
- b) Nach der Umfrage in a) wird für jede Partei die Anzahl der befragten Personen, die sie gewählt haben, ermittelt. Ebenso wird die Anzahl der befragten Personen, die ungültig gewählt haben, bestimmt.
- c) Schließlich wird berechnet, wieviel Prozent der gültigen Stimmen (von den befragten Personen) jede Partei erhalten hat.

5) Beschreiben Sie die unter a) und b) dargestellten Situationen durch Funktionen (geben Sie den Definitionsbereich, den Bildbereich und die Zuordnung an). Überlegen Sie, wie man diese Funktionen gut darstellen kann. Wählen Sie in den Bildbereichen dieser Funktionen je ein Element und beschreiben Sie die Menge aller Urbilder dieses Elementes in Worten.

- a) Jedem Punkt auf der Erdoberfläche wird seine „Höhe (in Metern) über dem Meer“ zugeordnet. Wie werden auf einer Karte die Mengen der Urbilder von 10, 20, ... dargestellt?
- b) Ein Auto fährt eine Stunde lang. Am Ende jeder Minute wird angegeben, welchen Weg (in Metern) das Auto in dieser Minute zurückgelegt hat.

6) Wie überprüft man, ob zwei Funktionen gleich sind? Es seien

$$f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{5, 10, 17, 26\}, \quad 1 \mapsto 5, \quad 2 \mapsto 10, \quad 3 \mapsto 17, \quad 4 \mapsto 26,$$

$$g : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{N}, \quad x \mapsto (x + 1)^2 + 1,$$

$$h : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{y^2 + 2y + 2 \mid y = 1, 2, 3, 4\},$$

$$z \mapsto z^2 + 2z + 2,$$

$$k : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad \bullet \mapsto (\bullet + 1)^2 + 1.$$

Überprüfen Sie, ob zwei dieser Funktionen gleich sind.