Lineare Algebra 1
SL1 bzw. PS2
WS 2013/14

14. Oktober 2013

7) Berechnen Sie

$$\sum_{j=1}^{5}(j-2)\ , \quad \sum_{xy=-3}^{4} xy\ , \quad \prod_{c=3}^{4}\Big(\sum_{b=-2}^{1}(c-b)\Big)\ , \quad \sum_{n=0}^{4} 2$$

und

$$\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{3}(2i-1)\cdot j \quad .$$

8) Schreiben Sie das Folgende mit Hilfe des Summenzeichens oder Produktzeichens kürzer an:

$$-4+(-2)+0+2+4+6+8\,,\ 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8$$

$$4\cdot 5+4\cdot 6+4\cdot 7+5\cdot 5+5\cdot 6+5\cdot 7+6\cdot 5+6\cdot 6+6\cdot 7$$

9) Was ist eine *rationale Zahl*? Wie sind Addition und Multiplikation von rationalen Zahlen definiert? Berechnen Sie ganze Zahlen a und b so, dass

$$\frac{a}{b}=\Big(\frac{31}{43}-\frac{65}{23}\Big)\cdot\frac{21}{30}\cdot\Big(\frac{23}{34}\Big)^{-1}$$

ist. Sind die zwei rationalen Zahlen

$$\frac{23456789}{789123456} \text{ und } \frac{23456788}{789123432}$$

gleich?

10)* Wie sind die Wahrheitswerte von durch *und*, *oder* oder *wenn - dann* zusammengesetzten Aussagen festgelegt?
Überprüfen Sie, ob eine der zusammengesetzten Aussagen

$$(A \Rightarrow (B \wedge A)) \vee ((\neg B \vee \neg A) \Rightarrow \neg A)$$
$$(A \vee B) \Rightarrow ((B \wedge A) \vee (\neg B \vee \neg A))$$

immer wahr ist (unabhängig davon, ob A oder B wahr oder falsch sind).

11)* Was bedeutet es, eine Behauptung *durch Induktion zu beweisen*? Beweisen Sie durch Induktion:
a) Für jede positive ganze Zahl n ist $\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
b) Für $n \geq 3$ ist $2n^2 > (n+1)^2$.

12)* Was besagt der Satz über die Division mit Rest von ganzen Zahlen? Berechnen Sie den ganzzahligen Quotienten und den Rest der Anzahl der Buchstaben dieses Satzes nach Division durch acht mit möglichst wenig Aufwand.
Im Computeralgebrasystem Maple wird die Division mit Rest anders als im Skriptum definiert. Wenn m und n ganze Zahlen sind und $n \neq 0$, dann werden mit $\mathrm{irem}(m,n)$ und $\mathrm{iquo}(m,n)$ ganze Zahlen mit den Eigenschaften

$$m = \mathrm{iquo}(m,n).n + \mathrm{irem}(m,n)\,,$$
$$|\mathrm{irem}(m,n)| < |n| \quad \text{und} \quad m.\mathrm{irem}(m,n) \geq 0$$

berechnet. Erläutern Sie die Unterschiede zwischen diesen zwei Divisionen mit Rest. Wie kann man aus dem Rest und dem ganzzahligen Quotienten der einen Division mit Rest die entsprechenden Zahlen der anderen berechnen?