

Lineare Algebra 1
SL1 bzw. PS2
WS 2013/14

7. Oktober 2013

- 1) Wie sind die Begriffe *Vereinigung*, *Durchschnitt* und *Differenz* von Mengen definiert? Bestimmen Sie (durch Aufzählen ihrer Elemente) die Mengen

$$(\{ab, ba, 13, 21, ?\} \cup \{ba, 21, 9, z, yyy\}) \cap \{a, b, 1, 2, y, z, 9, 13\},$$

$$(\{ab, ba, 13, 21, ?\} \cap \{ba, 21, 9, z, yyy\}) \cup \{a, b, 1, 2, y, z, 9\},$$

und

$$(\{ab, ba, 13, 21, ?\} \setminus \{a, b, 13, 21\}) \cup \{z, 13\}.$$

Ist eine dieser drei Mengen eine Teilmenge einer anderen dieser drei Mengen?

- 2) Wie überprüft man, ob zwei Mengen *gleich* sind? Prüfen Sie nach, ob die folgenden Behauptungen richtig sind.

$$\{(a, b) \in \mathbb{Z}^2 \mid a + 1 = 5, 2b = 6\} = \{(4, 3)\}$$

$$\{(a, b) \in \mathbb{Z}^2 \mid a + 1 = 5, 2b = 6\} = \{(u, x) \in \mathbb{Z}^2 \mid x + 1 = 5, 2u = 6\}$$

$$\{(a, b) \in \mathbb{Z}^2 \mid a^2 = 1, b^2 = 1\} =$$

$$= \{(r, 1) \in \mathbb{Z}^2 \mid r^2 = 1\} \cup \{(s, -1) \in \mathbb{Z}^2 \mid s^2 = 1\}$$

- 3) Es seien A und B Mengen. Was ist eine *Funktion* (oder *Abbildung*) von A nach B ? Was ist der *Graph* einer Funktion? Beschreiben Sie die unter a), b) und c) dargestellten Situationen durch Funktionen (geben Sie den Definitionsbereich, den Bildbereich und die Zuordnung an). Überlegen Sie, wie man diese Funktionen gut darstellen kann. Geben Sie auch die Graphen dieser Funktionen an. Wählen Sie in den Bildbereichen dieser Funktionen je ein Element und beschreiben Sie die Menge aller Urbilder dieses Elementes in Worten.

- a) Bei einer Umfrage werden 200 Personen gefragt, welche der Farben Silber, Weiß, Blau, Grün, Rot, Schwarz sie für ihr Auto bevorzugen. Jede befragte Person nennt genau eine dieser Farben.

- b) Nach der Umfrage in a) wird für jede Farbe die Anzahl der Personen, die sie gewählt haben, ermittelt.

c) Schließlich wird für jede Farbe berechnet, wieviel Prozent der befragten Personen diese Farbe bevorzugen.

4) Beschreiben Sie die unter a) und b) dargestellten Situationen durch Funktionen (geben Sie den Definitionsbereich, den Bildbereich und die Zuordnung an). Überlegen Sie, wie man diese Funktionen gut darstellen kann. Geben Sie auch die Graphen dieser Funktionen an. Wählen Sie in den Bildbereichen dieser Funktionen je ein Element und beschreiben Sie die Menge aller Urbilder dieses Elementes in Worten.

a) Jedem Punkt auf der Erdoberfläche wird seine „Höhe (in Metern) über dem Meer“ zugeordnet. Wie werden auf einer Karte die Mengen der Urbilder von 10, 20, ... dargestellt?

b) Ein Auto fährt eine Minute lang. Am Ende jeder Sekunde wird angegeben, welcher Weg (in Metern) in dieser Sekunde zurückgelegt wurde.

5) Wie überprüft man, ob zwei Funktionen gleich sind? Es seien

$$f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{5, 10, 17, 26\}, \quad 1 \mapsto 5, \quad 2 \mapsto 10, \quad 3 \mapsto 17, \quad 4 \mapsto 26,$$

$$g : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{N}, \quad x \mapsto (x + 1)^2 + 1,$$

$$h : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{y^2 + 2y + 2 \mid y = 1, 2, 3, 4\},$$

$$z \mapsto z^2 + 2z + 2,$$

$$k : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{N}, \quad \bullet \mapsto (\bullet + 1)^2 + 1.$$

Überprüfen Sie für je zwei dieser Funktionen, ob sie gleich sind.

6) Was ist eine *Familie von Elementen in einer Menge M mit Indexmenge I*? Was ist ein *n-Tupel von Elementen in M*? Welche Information über eine Funktion geht verloren, wenn man sie in Familienschreibweise angibt? Schreiben Sie die folgenden Funktionen in Familienschreibweise an:

$$\{1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{N}, \quad 1 \mapsto 5, \quad 2 \mapsto 1, \quad 3 \mapsto 1,$$

$$\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad x \mapsto x^2 + 2,$$

$$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, \quad x \mapsto 2,$$

$$\{1, 2\} \rightarrow \{\text{Huber}, \text{Gruber}, \text{Wagner}\}, \quad 1 \mapsto \text{Wagner}, \quad 2 \mapsto \text{Gruber}.$$

$$\{1, 2\} \rightarrow \{\text{Huber}, \text{Wagner}, \text{Gruber}\}, \quad 1 \mapsto \text{Gruber}, \quad 2 \mapsto \text{Wagner}.$$