Proseminar Einführung in die Mathematik 1
WS 2009/10
19. November 2009

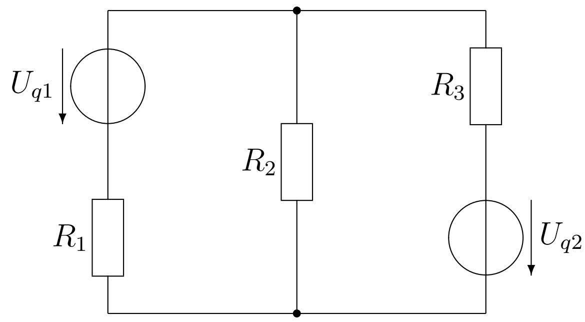
37) Was ist die *Dimension* eines Vektorraums? Was ist der *Rang* einer Matrix? Wie berechnet man damit die Dimension des Lösungsraums des entsprechenden homogenen Systems linearer Gleichungen? Berechnen Sie den Rang der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

und die Dimension des Lösungsraums des durch diese Matrix gegebenen homogenen Systems linearer Gleichungen.

38) In der folgenden Schaltung sind die Spannungen U_{q1} und U_{q2}, sowie die Widerstände R_1, R_2, R_3 bekannt. Gesucht sind die Ströme I_1, I_2, I_3 durch die Widerstände R_1, R_2, R_3.

Die Spannung wird in Volt (V), die Stromstärke in Ampere (A) und der Widerstand in Ohm (Ω) gemessen.



Beschreiben Sie diese Aufgabe als System linearer Gleichungen und berechnen Sie I_1, I_2, I_3 für $U_{q1} = 15\,V$, $U_{q2} = 10\,V$ und $R_1 = 1200\,\Omega,\ R_2 = 500\,\Omega,\ R_3 = 600\,\Omega$.

39) Verwenden Sie Satz 105 zur Beantwortung der folgenden Fragen:
Welche der folgenden k-Tupel ($k = 5$ bzw. 3 bzw. 2 bzw. 3) sind Basen von $\mathbb{Q}^3$, welche sind linear unabhängig, welche sind ein Erzeugendensystem von $\mathbb{Q}^3$?
Wählen Sie aus den Erzeugendensystemen eine Basis aus und ergänzen Sie die linear unabhängigen k-Tupel zu einer Basis!

$$((3, 9, 6),\ (-2, -6, -4),\ (1, 1, 1),\ (1, 7, 4),\ (3, 4, 5))$$
$$((3, 2, 1),\ (2, 4, 1),\ (1, -2, 0))$$
$$((1, 2, 2),\ (2, -1, 2))$$
$$((1, 1, 3),\ (3, -1, 7),\ (1, -1, 2))$$