

```

[ > restart;
[ > with(LinearAlgebra):
[ > M := <<1,4,-2>|<-3/5,1/5,2/5>|<-1/5,12/5,-1/5>>;

```

$$M := \begin{bmatrix} 1 & \frac{-3}{5} & \frac{-1}{5} \\ 4 & \frac{1}{5} & \frac{12}{5} \\ -2 & \frac{2}{5} & \frac{-1}{5} \end{bmatrix}$$

```

[ > Determinant(M); Berechnet die Determinante von M.

```

1

```

[ > R:=RandomMatrix(10); Eine "zufällige" 10x10- Matrix wird gewählt.

```

$$R := \begin{bmatrix} -38 & 12 & -82 & 82 & 22 & 76 & 31 & -16 & -98 & -4 \\ 91 & 45 & -70 & 72 & 14 & -44 & -50 & -9 & -77 & 27 \\ -1 & -14 & 41 & 42 & 16 & 24 & -80 & -50 & 57 & 8 \\ 63 & 60 & 91 & 18 & 9 & 65 & 43 & -22 & 27 & 69 \\ -23 & -35 & 29 & -59 & 99 & 86 & 25 & 45 & -93 & 99 \\ -63 & 21 & 70 & 12 & 60 & 20 & 94 & -81 & -76 & 29 \\ -26 & 90 & -32 & -62 & -95 & -61 & 12 & -38 & -72 & 44 \\ 30 & 80 & -1 & -33 & -20 & -48 & -2 & -18 & -2 & 92 \\ 10 & 19 & 52 & -68 & -25 & 77 & 50 & 87 & -32 & -31 \\ 22 & 88 & -13 & -67 & 51 & 9 & 10 & 33 & -74 & 67 \end{bmatrix}$$

```

[ > Determinant(R); Berechnet die Determinante von R.

```

173210646410765209773

```

[ > Eigenvalues(M); Berechnet die Eigenwerte von M (im Körper der komplexen Zahlen, I
wird für die Wurzel aus -1 geschrieben).

```

$$\begin{bmatrix} 1 \\ I \\ -I \end{bmatrix}$$

```

[ > Eigenvectors(M); Berechnet die Eigenwerte und die Eigenvektoren von M.

```

$$\begin{bmatrix} 1 \\ I \\ -I \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{-2}{3} & \frac{-1}{2} - \frac{1}{2}I & \frac{-1}{2} + \frac{1}{2}I \\ \frac{-1}{3} & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

```

[ > (e,T):=%; Die Spalten von T sind eine Eigenbasis von M.

```

$$e, T := \begin{bmatrix} 1 \\ I \\ -I \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{-2}{3} & \frac{-1}{2} - \frac{1}{2}I & \frac{-1}{2} + \frac{1}{2}I \\ \frac{-1}{3} & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

```

[ > S:=T^(-1);

```

$$S := \begin{bmatrix} 0 & \frac{3}{5} & \frac{6}{5} \\ I & \frac{-3}{10} + \frac{1}{10}I & \frac{-1}{10} + \frac{7}{10}I \\ -I & \frac{-3}{10} - \frac{1}{10}I & \frac{-1}{10} - \frac{7}{10}I \end{bmatrix}$$

> **U:=S.M.T;**

$$U := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & -I \end{bmatrix}$$

> **U^(100000000000000002);**

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

> **T.U^(100000000000000002).S;**

$$\begin{bmatrix} -1 & \frac{-4}{5} & \frac{-8}{5} \\ 0 & \frac{-7}{5} & \frac{-4}{5} \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{7}{5} \end{bmatrix}$$

> **M^(1000000000000000002);**

$$\begin{bmatrix} -1 & \frac{-4}{5} & \frac{-8}{5} \\ 0 & \frac{-7}{5} & \frac{-4}{5} \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{7}{5} \end{bmatrix}$$

> **Eigenvalues(R);** Berechnet die Eigenwerte von R und stellt sie "algebraisch" dar. Was diese Darstellung bedeutet, wird z.B. in der Vorlesung "Algebra" erläutert.

[RootOf(173210646410765209773 + \_Z<sup>10</sup> - 214 \_Z<sup>9</sup> + 6619 \_Z<sup>8</sup> - 2561714 \_Z<sup>7</sup> + 126516263 \_Z<sup>6</sup> + 80027543380 \_Z<sup>5</sup> + 4102270042158 \_Z<sup>4</sup> - 917120785884776 \_Z<sup>3</sup> - 79515137696186341 \_Z<sup>2</sup> - 737312687087526711 \_Z, index = 1)]

[RootOf(173210646410765209773 + \_Z<sup>10</sup> - 214 \_Z<sup>9</sup> + 6619 \_Z<sup>8</sup> - 2561714 \_Z<sup>7</sup> + 126516263 \_Z<sup>6</sup> + 80027543380 \_Z<sup>5</sup> + 4102270042158 \_Z<sup>4</sup> - 917120785884776 \_Z<sup>3</sup> - 79515137696186341 \_Z<sup>2</sup> - 737312687087526711 \_Z, index = 2)]

[RootOf(173210646410765209773 + \_Z<sup>10</sup> - 214 \_Z<sup>9</sup> + 6619 \_Z<sup>8</sup> - 2561714 \_Z<sup>7</sup> + 126516263 \_Z<sup>6</sup> + 80027543380 \_Z<sup>5</sup> + 4102270042158 \_Z<sup>4</sup> - 917120785884776 \_Z<sup>3</sup> - 79515137696186341 \_Z<sup>2</sup> - 737312687087526711 \_Z, index = 3)]

[RootOf(173210646410765209773 +  $Z^{10}$  - 214  $Z^9$  + 6619  $Z^8$  - 2561714  $Z^7$  + 126516263  $Z^6$  + 80027543380  $Z^5$  + 4102270042158  $Z^4$  - 917120785884776  $Z^3$  - 79515137696186341  $Z^2$  - 737312687087526711  $Z$ , index = 4)]

[RootOf(173210646410765209773 +  $Z^{10}$  - 214  $Z^9$  + 6619  $Z^8$  - 2561714  $Z^7$  + 126516263  $Z^6$  + 80027543380  $Z^5$  + 4102270042158  $Z^4$  - 917120785884776  $Z^3$  - 79515137696186341  $Z^2$  - 737312687087526711  $Z$ , index = 5)]

[RootOf(173210646410765209773 +  $Z^{10}$  - 214  $Z^9$  + 6619  $Z^8$  - 2561714  $Z^7$  + 126516263  $Z^6$  + 80027543380  $Z^5$  + 4102270042158  $Z^4$  - 917120785884776  $Z^3$  - 79515137696186341  $Z^2$  - 737312687087526711  $Z$ , index = 6)]

[RootOf(173210646410765209773 +  $Z^{10}$  - 214  $Z^9$  + 6619  $Z^8$  - 2561714  $Z^7$  + 126516263  $Z^6$  + 80027543380  $Z^5$  + 4102270042158  $Z^4$  - 917120785884776  $Z^3$  - 79515137696186341  $Z^2$  - 737312687087526711  $Z$ , index = 7)]

[RootOf(173210646410765209773 +  $Z^{10}$  - 214  $Z^9$  + 6619  $Z^8$  - 2561714  $Z^7$  + 126516263  $Z^6$  + 80027543380  $Z^5$  + 4102270042158  $Z^4$  - 917120785884776  $Z^3$  - 79515137696186341  $Z^2$  - 737312687087526711  $Z$ , index = 8)]

[RootOf(173210646410765209773 +  $Z^{10}$  - 214  $Z^9$  + 6619  $Z^8$  - 2561714  $Z^7$  + 126516263  $Z^6$  + 80027543380  $Z^5$  + 4102270042158  $Z^4$  - 917120785884776  $Z^3$  - 79515137696186341  $Z^2$  - 737312687087526711  $Z$ , index = 9)]

[RootOf(173210646410765209773 +  $Z^{10}$  - 214  $Z^9$  + 6619  $Z^8$  - 2561714  $Z^7$  + 126516263  $Z^6$  + 80027543380  $Z^5$  + 4102270042158  $Z^4$  - 917120785884776  $Z^3$  - 79515137696186341  $Z^2$  - 737312687087526711  $Z$ , index = 10)]

>

> **evalf(%);** Stellt Real- und Imaginärteil der oben berechneten Eigenwerte von R näherungsweise durch Ziffern dar.

37.44509054
170.5849804
150.5743207 + 35.47738991 I
-14.09518466 + 159.2996177 I
-57.65220184 + 52.87482235 I
-75.84196973 + 38.57468080 I
-75.84196973 - 38.57468080 I
-57.65220184 - 52.87482235 I
-14.09518466 - 159.2996177 I
150.5743207 - 35.47738991 I

> **Determinant(Z\*IdentityMatrix(10)-R);** Charakteristisches Polynom von R.

173210646410765209773 - 737312687087526711 Z - 79515137696186341  $Z^2$   
- 917120785884776  $Z^3$  + 4102270042158  $Z^4$  + 80027543380  $Z^5$  + 126516263  $Z^6$   
- 2561714  $Z^7$  + 6619  $Z^8$  - 214  $Z^9$  +  $Z^{10}$

> **sort(%);** Die Summanden des Polynoms werden geordnet.

$$Z^{10} - 214 Z^9 + 6619 Z^8 - 2561714 Z^7 + 126516263 Z^6 + 80027543380 Z^5 + 4102270042158 Z^4 \\ - 917120785884776 Z^3 - 79515137696186341 Z^2 - 737312687087526711 Z \\ + 173210646410765209773$$

> **CharacteristicPolynomial(R,Z);** Berechnet das Charakteristische Polynom von R und stellt es mit Hilfe des Symbols Z dar.

$$Z^{10} - 214 Z^9 + 6619 Z^8 - 2561714 Z^7 + 126516263 Z^6 + 80027543380 Z^5 + 4102270042158 Z^4 \\ - 917120785884776 Z^3 - 79515137696186341 Z^2 - 737312687087526711 Z \\ + 173210646410765209773$$

> **(4+7\*I)\*(5+3\*I);** Multiplikation von komplexen Zahlen

$$-1 + 47 I$$

> **(5+3\*I)^(-1);** Invertieren einer komplexen Zahl

$$\frac{5}{34} - \frac{3}{34} I$$

> **(4+7\*I)/(5+3\*I);** Division von komplexen Zahlen

$$\frac{41}{34} + \frac{23}{34} I$$

>