

Einführung in die Mathematik 1

Vorlesung, Proseminar und Praktikum
Wintersemester 2008/09

In den Vorlesungen Einführung in die Mathematik 1 und 2 wird über Begriffe, Ergebnisse und Verfahren der Mathematik vorgetragen, die für Studierende der Mathematik, der Informatik und der Physik von grundlegender Bedeutung sind.

In der Vorlesung Einführung in die Mathematik 1 sind die zentralen Themen „Systeme linearer Gleichungen“, „Vektorrechnung in der Geometrie“ und „Eigenwertprobleme“.

Worum geht es dabei?

- Ein einfaches Beispiel für ein System linearer Gleichungen ist die Aufgabe „Berechne die Menge aller Tripel (x,y,z) von reellen Zahlen, die die Eigenschaften $3x+y+z=1$ und $4x+2y-3z=5$ haben“. Man stellt hier leicht fest, dass es beliebig viele davon gibt. Wie kann man die Menge all dieser Tripel durch endlich viele Daten beschreiben? In der Vorlesung wird zunächst genau vereinbart, was wir unter einem System linearer Gleichungen verstehen. Dann werden die Fragen, wann es eine Lösung gibt, ob sie eindeutig ist und wie Lösungen berechnet werden können, vollständig beantwortet. Weiters wird gezeigt, wie die Menge aller Lösungen durch endlich viele Daten beschrieben werden kann. In diesem Zusammenhang müssen die „Matrizenrechnung“ und die „Vektorrechnung“ eingeführt werden. Als Rechenverfahren zur Lösung von Systemen linearer Gleichungen lernen Sie den „Gauss-Algorithmus“ kennen.
- „Vektorrechnung“ ist nicht nur für das Lösen von Systemen linearer Gleichungen von Bedeutung, sondern erweist sich auch als für Anwendungen in der Geometrie gut geeignet. Die Begriffe „Vektorraum“ und „Skalarprodukt“ bilden die wichtigsten Bausteine für ein mathematisches Modell der Geometrie der Ebene und des Raumes. In der Vorlesung wird gezeigt, wie geometrische Probleme in diesem Modell gelöst werden können.
- Ein einfaches Beispiel für Eigenwertprobleme ist die Aufgabe „Berechne alle reellen Zahlen c mit der Eigenschaft, dass es außer $(0,0)$ noch andere Paare (x,y) von reellen Zahlen mit $2x-y=cx$ und $-x+y=cy$ gibt“. Solche Probleme treten zum Beispiel in der Mechanik und der Elektronik auf. Als Hilfsmittel für ihre Lösung werden die Begriffe „Polynom“, „Permutation“ und „Determinante“ eingeführt und wichtige Eigenschaften davon besprochen. Diese Begriffe sind auch für andere Bereiche der Mathematik und ihrer Anwendungen von großer Bedeutung: Permutationen zum Beispiel für Sortieralgorithmen, Determinanten zum Beispiel für die Integralrechnung.

Um Probleme präzise formulieren und exakt lösen zu können, ist es in der Mathematik (und ebenso in der Informatik und Physik) notwendig, dass für alle verwendeten Begriffe genau vereinbart wurde, was sie bedeuten. Ein wichtiges Ziel dieser Vorlesung ist es, Sie in diese „mathematische Denk- und Sprechweise“ einzuführen. Ausgehend von den Grundbegriffen „Menge“ und „Funktion“ wird systematisch eine Fachsprache der Mathematik aufgebaut. Deren Worte müssen zunächst wie Vokabel einer Fremdsprache gelernt werden. Sie werden das, weil ungewohnt, am Anfang als mühsam empfinden. Die sichere Beherrschung der Fachsprache ist aber für ein Verständnis der Ergebnisse und Verfahren der Mathematik unumgänglich.

Das Proseminar dient der Diskussion, Vertiefung und Einübung der Inhalte der Vorlesung, zugleich wird auch das wissenschaftliche Argumentieren und das Präsentieren mathematischer Inhalte eingeübt. Jede Woche erhalten Sie (online) ein Blatt mit Übungsaufgaben, im Proseminar werden die Lösungen von den Studierenden vorgetragen. Wenn Sie in der Vorlesung mitlernen, werden Sie keine Schwierigkeiten haben, den Großteil der Aufgaben zu lösen.

Im Praktikum werden Übungsaufgaben gestellt und gleich unter Anleitung gelöst und diskutiert. Sie werden auch mit der Verwendung eines Computeralgebrasystems zur Lösung mathematischer Aufgaben vertraut gemacht.

Zum Arbeitsaufwand: Der Vorlesung, dem Proseminar und dem Praktikum sind zusammen 7,5 „ECTS-Anrechnungspunkte“ zugeteilt, das heißt: Sie sollten für diese Lehrveranstaltungen in etwa 187,5 volle Arbeitsstunden aufwenden, das ist ein Viertel Ihrer „Normalarbeitszeit“ im Wintersemester. Als einfache Regel zur Berechnung des Arbeitsaufwandes kann für die Vorlesung und das Proseminar gelten: zu jeder Stunde in der Lehrveranstaltung werden von Ihnen zwei Stunden selbständigen Lernens erwartet.