Markus Paul: Wirtschaftsmathematik an Handelsakademien

HAK II: Matrizenrechnung (aus: Tinhof u.a.: Mathematik für HAK II. Trauner Verlag)

Ein Produktionsbetrieb erzeugt in den Hallen H_1 und H_2 in zwei Schichten S_1 und S_2 die Produkte A, B und C. Die Produktionshöhe in beiden Hallen je Schicht und die Produktionskosten in den zwei Schichten sind den folgenden Tabellen zu entnehmen:

Kosten in beiden Schichten je ME in GE:

	A	B	C
S_1	3	4	5
S_2	2	3	6

Produktion in beiden Hallen je Schicht in ME:

	H_1	H_2
A	4	5
B	2	3
C	3	6

Es sollen die Produktionskosten je Schicht für die beiden Hallen ermittelt werden.

HAK III: Finanzmathematik (aus: Tinhof u.a.: Mathematik für HAK III. Trauner Verlag)

Leasingangebot für ein Mittelklasseauto mit Kaufpreis € 21.790,00:

Kassapreis	€ 21.790,00	
Anzahlung	€ 2.148,00	bei Vertragsabschluss zu zahlen
Restwert	€ 5.980,00	gleichzeitig mit der letzten Rate zu zahlen
60 nachschüssige Monatsraten à	€ 369,00	erstmals einen Monat nach Vertragsabschluss

Welche Effektivverzinsung hat dieses Leasinggeschäft?

HAK IV: Kostentheorie (aus: Tinhof u.a.: Mathematik für HAK IV. Trauner Verlag)

Die Kosten eines Monopolbetriebs zeigen einen s-förmigen Verlauf und lassen sich annähernd durch die kubische Polynomfunktion mit $K(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}75x^2 + 50x + 1500$ beschreiben.

a) Ermitteln Sie die Kostenkehre und die Grenzkosten in der Kostenkehre.

b) Ermitteln Sie das Betriebsoptimum und zeigen Sie, dass im Betriebsoptimum die Stückkosten gleich den Grenzkosten sind.

Lösung Matrizenrechnung:

Zur Lösung der Aufgabe ist also die Kostenmatrix $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ mit der Produktionsmatrix $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ zu multiplizieren.

Mit dem Schema von Falk ergibt sich:

				H_1	H_2
			A	4	5
			B	2	3
	A	B	C	3	6
S_1	3	4	5	35	57
S_2	2	3	6	32	55

Die Produktionskosten betragen in der Halle 1 in der Schicht S_1 35 GE und in der Schicht S_2 32 GE.

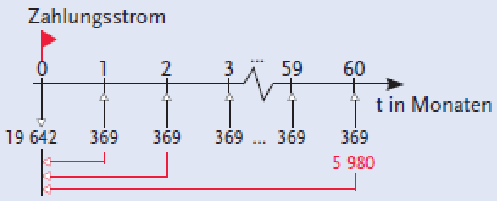
Die Produktionskosten betragen in der Halle 2 in der Schicht S_1 57 GE und in der Schicht S_2 55 GE.

E6 f_x {=MMULT(B6:D7;E3:F5)}

	A	B	C	D	E	F	G
1	Matrizenrechnung						
2					H1	H2	
3				A	4	5	
4				B	2	3	
5		A	B	C	3	6	
6	S1	3	4	5	35	57	
7	S2	2	3	6	32	55	
8							

Lösung Finanzmathematik: Effektivverzinsung bei Leasinggeschäften

Wir berechnen die Effektivverzinsung.



Äquivalenzgleichung:

$$21\,790 = 2\,148 + 369 \cdot (1+i)^{-\frac{1}{12}} + \ldots + 369 \cdot (1+i)^{-\frac{60}{12}} + 5\,980 \cdot (1+i)^{-\frac{60}{12}}$$

$$19\,642 = \sum_{t=1}^{60} \frac{369}{(1+i)^{\frac{t}{12}}} + 5\,980 \cdot (1+i)^{-\frac{60}{12}}$$

Wir erhalten die Lösung mit Technologie: $i \approx 0{,}1318$

Der Effektivzinssatz ist ca. 13,18 %.

mit TI-Interactive:

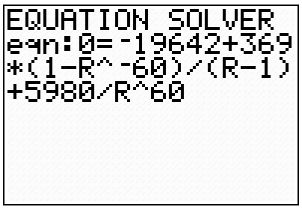
$$\text{nsolve}\left(19642 = \sum_{t=1}^{60} \left(369 \cdot (1+i)^{-t/12}\right) + 5980 \cdot (1+i)^{-60/12}, i = 0.1\right) \Rightarrow .131798$$

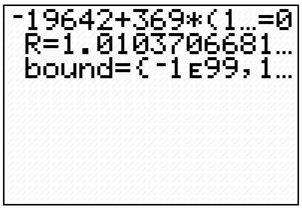
mit EXCEL:

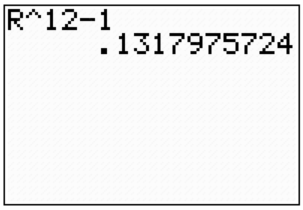
	A	B	C	D	E
1	**Leasing Effektivverzinsung**				
2	**mit Funktion ZINS:**				
3	ZZR =	60			
4	RMZ =	369			
5	BW =	-19642			
6	ZW =	5980			
7	Zins =	1,0371%	=ZINS(B3;B4;B5;B6)		
8	i =	13,1798%	=(1+B7)^12-1		
9					
10	**mit Barwerttabelle und Zielwertsuche:**				
11	i =	13,1798%			
12		Summe =	9,1853E-05		
13		Rückflüsse	abgezinste Rt		
14	t in Monaten	Rt in Euro	Rt/(1+i)^(t/12)		
15	0	-19642	-19642,00	=B15/(1+B11)^(A15/12)	
16	1	369	365,21		
17	2	369	361,46		
18	3	369	357,75		
19	4	369	354,08		
20	5	369	350,45		

mit GTR:

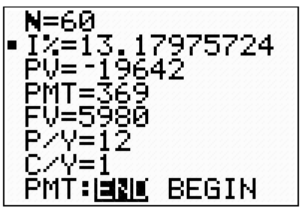
Solver:







TVM-Solver:



Lösung Kostentheorie:

b) $K(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}75x^2 + 50x + 1500$ Kosten

$K'(x) = 0{,}03x^2 - 1{,}5x + 50$ Grenzkosten

$k(x) = \frac{K(x)}{x} = 0{,}01x^2 - 0{,}75x + 50 + \frac{1500}{x}$ Durchschnittskosten, Stückkosten

$k'(x) = 0{,}02x - 0{,}75 - \frac{1500}{x^2}$ Grenzstückkosten

Betriebsoptimum (Minimum der Stückkosten): Setze $k' = 0$

$$0 = 0{,}02x - 0{,}75 - \frac{1500}{x^2}$$

$$0 = 0{,}02x^3 - 0{,}75x^2 - 1500$$

mit Technologie:

$x = 59{,}03$

Bei einer Produktion von 59,03 ME sind die Stückkosten minimal.

$k(59{,}03) = 65{,}98$

Die minimalen Stückkosten betragen 65,98 GE/ME.

$K'(59{,}03) = 65{,}98$

Die Grenzkosten betragen im Betriebsoptimum 65,98 GE/ME

Lösung mit Geogebra: