

Algebra und Diskrete Mathematik, PS3

Sommersemester 2018

20. und 21. März 2018

- 1) Was ist eine *rationale* Zahl? Wie entscheidet man, ob zwei durch Zähler und Nenner gegebene rationale Zahlen *gleich* sind? Entscheiden Sie, ob die rationalen Zahlen

$$\frac{7649131}{5327021022} \text{ und } \frac{70337}{48984215}$$

(die Ziffern beziehen sich auf die Basis zehn) gleich sind und ob die rationalen Zahlen

$$\frac{1100111011}{110110011} \text{ und } \frac{11001}{1101}$$

(die Ziffern beziehen sich auf die Basis zwei) gleich sind.

Was sind *Maschinenzahlen*, wie können sie dargestellt werden? Stellen Sie die Bruchzahl

$$\frac{48}{193}$$

(Zähler und Nenner durch Ziffern zur Basis zehn dargestellt) in Exponentialform zur Basis 2 mit 8 Ziffern nach dem Komma dar.

- 2) Was ist der *größte gemeinsame Teiler* von zwei positiven ganzen Zahlen? Erläutern Sie den *euklidischen Algorithmus* zu seiner Berechnung. Was bedeutet es, eine Bruchzahl zu *kürzen*? Die Zahlen c, d sind durch Ziffern zur Basis b gegeben. Berechnen Sie (ohne Hilfe eines Computers) positive ganze Zahlen e, f so, dass $ggT(e, f) = 1$ und $\frac{e}{f} = \frac{c}{d}$ ist. Dabei seien

$$b = 10, \quad c = 7169, \quad d = 6313$$

bzw.

$$b = 2, \quad c = 1110010100, \quad d = 11010101010 .$$

- 3) Was ist eine *ganzzahlige lineare Gleichung mit 2 Unbekannten*, wie entscheidet man, ob sie eine Lösung hat und - wenn ja - wie berechnet man diese?

Aus: Pauer, F., Scheirer-Weindorfer, M., Simon, A.: Mathematik 3 HAK. öbv Wien 2013, 2. Auflage

Aufgabe 885: Gegeben sind die Zahlen a und b . Berechne mit dem erweiterten euklidischen Algorithmus Zahlen u und v so,

dass $ggT(a, b) = u \cdot a + v \cdot b$ ist.

b. $a = 301, b = 499$

Zeigen Sie, dass es bei dieser Aufgabe mehrere Lösungen gibt.

- 4) Wie löst man eine ganzzahlige lineare Gleichung mit 3 oder mehr Unbekannten? Berechnen Sie - falls das möglich ist - ein Tripel (x, y, z) von ganzen Zahlen mit der Eigenschaft

$$4199 \cdot x + 2431 \cdot y + 3553 \cdot z = 272.$$

- 5) Berechnen Sie drei Paare (x, y) ganzer Zahlen so, dass

$$\frac{53}{91} = \frac{x}{13} + \frac{y}{7}$$

ist.

Berechnen Sie Zähler und Nenner der rationalen Zahl

$$\sum_{k=2}^n \frac{1}{k^2 - 1}.$$

- 6) Aus: Reichel, H., Humenberger, H. (Hrsg.): Das ist Mathematik 2. öbv Wien 2008, 1. Auflage

Aufgabe 98: Der Boden eines 4,80 m langen und 3,30 m breiten Zimmers soll mit quadratischen Teppichfliesen ausgelegt werden. Die Seitenlänge einer Teppichfliese soll möglichst groß sein.

1) *Wie groß ist die Seitenlänge einer Fliese?*

2) *Wie viele derartige Fliesen werden benötigt?*

Erläutern Sie genau, wie man diese Aufgabe löst und welches Vorwissen dazu erforderlich ist. Überlegen Sie zuvor:

Ändert sich die Lösung, wenn die Längen anstatt in m in yards (1 m = 1,0936 yards) angegeben werden?

Zeigen Sie: Wäre das Zimmer 2 m lang und $\sqrt{2}$ m breit, dann wäre die Aufgabe nicht lösbar. Sie können dabei als bekannt voraussetzen, dass $\sqrt{2}$ keine rationale Zahl ist.

Unter welchen Bedingungen an die reellen Zahlen x und y ist die Aufgabe für ein Zimmer, das x m breit und y m lang ist, lösbar?

Hat die Aufgabe Realitätsbezug? Ist der Schwierigkeitsgrad dieser Aufgabe für die 6. Schulstufe geeignet?