

Algebra und Diskrete Mathematik, PS3

Sommersemester 2018

13. und 14. März 2018

1) Beweisen Sie:

- Für alle ganzen Zahlen a und b ist $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ und $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$.
- Für alle ganzen Zahlen a und b und alle natürlichen Zahlen n ist

$$a^n - b^n = (a - b) \left(\sum_{i=0}^{n-1} a^{n-1-i} b^i \right).$$

- Für alle ganzen Zahlen a , b und c ist $a^2 + 2ab + b^2 - c^2 = (a + b + c)(a + b - c)$.

Sind diese Aussagen auch richtig, wenn a , b und c nicht ganze Zahlen, sondern Funktionen von \mathbb{R} nach \mathbb{R} sind?

2) Was ist die *Division mit Rest* von einer ganzen Zahl durch eine von 0 verschiedene ganze Zahl? Berechnen Sie den Rest und den ganzzahligen Quotienten von a nach Division mit Rest durch b für die folgenden Zahlenpaare (a, b) (a und b sind durch Dezimalziffern dargestellt):

$$(67, 23), (-67, 23), (-67, -23), (67, -23).$$

Berechnen Sie dann dieselben Daten mit den Maple-Befehlen `irem(a,b)` und `iquo(a,b)`. Lesen Sie in der Beschreibung dieser Befehle nach, wie die Division mit Rest in Maple definiert ist. (Statt Maple können Sie auch Mathematica verwenden). Gibt es einen Unterschied zur Definition im Skriptum?

3) Was ist die *Zifferndarstellung* einer Zahl? Berechnen Sie die Zifferndarstellung Ihres Geburtsjahres zur Basis 2, zur Basis 5, zur Basis 9 und zur Basis 60.

Begründen Sie genau, dass die durch Ziffern zur Basis 7 dargestellte Zahl 10000 größer als 6666 ist.

Ordnen Sie die folgenden durch Binärziffern mit 32 bits dargestellten Zahlen der Größe nach an:

```
100111110111111111111111111100000001
000111101010111111001010100101100
001111011111111111111111111111111111
100111101010111111001010100101011
10100011101010101010001110100001
```

- 4) Erklären Sie das Verfahren zur *Addition* von Zahlen, die durch Ziffern zu einer Basis b gegeben sind. Berechnen Sie die Ziffern zur Basis 7 der Summe von 6043533564 und 5032034106 (diese Zahlen sind durch Ziffern zur Basis 7 dargestellt).
Subtrahieren Sie 10010011 von 11001100 (diese Zahlen sind durch Ziffern zur Basis 2 dargestellt).

- 5) Erklären Sie das Verfahren zur *Multiplikation* von Zahlen, die durch Ziffern zu einer Basis b gegeben sind. Geben Sie das kleine Einmaleins bezüglich der Basis 7 an. Berechnen Sie die Ziffern zur Basis 7 des Produktes von 30634 und 426 (diese Zahlen sind durch Ziffern zur Basis 7 dargestellt).
Multiplizieren Sie die durch Binärziffern dargestellten Zahlen 110011 und 110 (ohne diese durch Dezimalziffern darzustellen).

- 6) Berechnen Sie den Rest der durch Ziffern zur Basis 2 dargestellten ganzen Zahl 1010110111 nach Division mit Rest durch 1101011 (ohne deren Ziffern bezüglich einer anderen Basis zu berechnen).
Berechnen Sie die Binärziffern der durch Ziffern zur Basis 7 dargestellten Zahl 542 (ohne deren Ziffern bezüglich einer anderen Basis zu berechnen).