

Algebra und Diskrete Mathematik, PS3

Sommersemester 2016

4. April 2016

- 1) Was ist ein *rationale* Zahl? Wie entscheidet man, ob zwei durch Zähler und Nenner gegebene rationale Zahlen *gleich* sind? Entscheiden Sie, ob die rationalen Zahlen

$$\frac{7649131}{5327021022} \text{ und } \frac{70337}{48984215}$$

(die Ziffern beziehen sich auf die Basis zehn) gleich sind und ob die rationalen Zahlen

$$\frac{1100111011}{110110011} \text{ und } \frac{11001}{1101}$$

(die Ziffern beziehen sich auf die Basis zwei) gleich sind. Wie vergleicht man zwei rationale Zahlen der Größe nach?

Was sind *Maschinenzahlen*, wie können sie dargestellt werden? Stellen Sie die Bruchzahl

$$\frac{73}{345}$$

(Zähler und Nenner durch Ziffern zur Basis zehn dargestellt) in Exponentialform zur Basis 2 mit 8 Ziffern nach dem Komma dar.

- 2) Was ist der *größte gemeinsame Teiler* von zwei positiven ganzen Zahlen? Erläutern Sie den *euklidischen Algorithmus* zu seiner Berechnung. Was bedeutet es, eine Bruchzahl zu *kürzen*?

Die Zahlen c, d sind durch Ziffern zur Basis b gegeben. Berechnen Sie (ohne Hilfe eines Computers) positive ganze Zahlen e, f so, dass $ggT(e, f) = 1$ und $\frac{e}{f} = \frac{c}{d}$ ist. Dabei seien

$$b = 10, \quad c = 4841, \quad d = 6077$$

bzw.

$$b = 2, \quad c = 1110010100, \quad d = 11010101010.$$

Was bedeutet „der Bruch $\frac{c}{d}$ wurde bestmöglich gekürzt“?

- 3) Was ist eine *ganzzahlige lineare Gleichung mit 2 Unbekannten*, wie entscheidet man, ob sie eine Lösung hat und - wenn ja - wie berechnet man diese? Berechnen Sie ganze Zahlen u und v so, dass

$$5040 \cdot u + 11011 \cdot v = \text{ggT}(5040, 11011)$$

ist. Gibt es noch andere Lösungen? Enthält die Lösungsmenge ein Paar natürlicher Zahlen?

- 4) Wie löst man eine *ganzzahlige lineare Gleichung mit 3 oder mehr Unbekannten*? Beschreiben Sie die Menge aller Tripel (x, y, z) von ganzen Zahlen mit der Eigenschaft

$$182 \cdot x + 221 \cdot y + 156 \cdot z = 273$$

bzw.

$$182 \cdot x + 221 \cdot y + 156 \cdot z = 272 .$$

Enthält diese Menge ein Tripel von natürlichen Zahlen?

- 5) Berechnen Sie ganze Zahlen $x < 15$ und $y < 8$ so, dass

$$\frac{53}{120} = \frac{x}{15} + \frac{y}{8}$$

ist. Berechnen Sie Zähler und Nenner der rationalen Zahl

$$\sum_{k=3}^n \frac{1}{k \cdot (k+1)} .$$

- 6) Aus: Reichel, H., Humenberger, H. (Hrsg.): Das ist Mathematik 2. öbv Wien 2008, 1. Auflage

Aufgabe 98: Der Boden eines 4,80 m langen und 3,30 m breiten Zimmers soll mit quadratischen Teppichfliesen ausgelegt werden. Die Seitenlänge einer Teppichfliese soll möglichst groß sein.

1) *Wie groß ist die Seitenlänge einer Fliese?*

2) *Wie viele derartige Fliesen werden benötigt?*

Erläutern Sie genau, wie man diese Aufgabe löst und welches Vorwissen dazu erforderlich ist. Ist die Aufgabe auch lösbar, wenn das Zimmer $2 \cdot \sqrt{2}$ m statt 3,30 m breit ist? Wie realitätsbezogen ist die Aufgabe?