Proseminar Stochastik 2
11. Blatt

49. Berechnen Sie für das folgende lineare Modell den Schätzer $\hat{c}$ des Verschiebungsparameters $c := k \in \mathbb{R}$:

$$Y_i = kx_i + \sigma\xi_i, \ 1 \leq i \leq n.$$

Wie sieht der Schätzer im Spezialfall "$x_i = 1, \ 1 \leq i \leq n$" aus?

50. Berechnen Sie für das folgende lineare Modell den Schätzer $\hat{c}$ des Verschiebungsparameters $c := (d, l)^t \in \mathbb{R}^2$:

$$Y_i = d1 + lx_i + \sigma\xi_i, \ 1 \leq i \leq n.$$

51. Zeigen Sie: Für einen fixen Beobachtungsvektor Y ist die Schätzung $\hat{k}$ von k in Aufgabe 49 genau dann gleich der Schätzung $\hat{l}$ von l in Aufgabe 50, wenn $\hat{d}$ gleich 0 ist.

52. $X_1, \ldots, X_n$ seien Zufallsvariable, deren gemeinsame Verteilung eine mehrdimensionale Normalverteilung ist. Beweisen Sie: $X_1, \ldots, X_n$ sind genau dann unabhängig, wenn sie unkorreliert sind.

53. Im linearen Modell mit paarweise unkorrelierten Störfunktionen ξ_i sind die Komponenten $\hat{c}_i$ von $\hat{c}$ genau dann paarweise unkorreliert, wenn die Spalten der Designmatrix paarweise orthogonal sind.

54. Bestimmen Sie in Aufgabe 44 ein 0,90-Konfidenzintervall für $c_1 = 1 \cdot c_1 + 0 \cdot c_2$. Das (1-0,05)-Quantil der t_2-Verteilung ist $t_{2;0,95} = 2,92$.

55. Bestimmen Sie in Aufgabe 44 ein 0,90-Konfidenzintervall für $c_2 = 0 \cdot c_1 + 1 \cdot c_2$. Das (1-0,05)-Quantil der t_2-Verteilung ist $t_{2;0,95} = 2,92$.

56. Testen Sie in Aufgabe 44 die Hypothese H_0 : "Die Blutalkoholkonzentration zum Unfallzeitpunkt, das ist c_1, war geringer als 0,5," gegen die Alternative H_1 : "Die Blutalkoholkonzentration zum Unfallzeitpunkt war mindestens 0,5." Führen Sie den Test zu den Niveaus 0,1 und 0,05 aus. ($t_{2;0,90} = 1,89, \ t_{2;0,95} = 2,92$.)