(1) Untersuchen Sie, ob für $\varphi(t) = \exp(A(t))$ gilt:
$$\varphi'(t) = A'(t) \cdot \exp(A(t)).$$

(a) für $A(t) = t \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

(b) für $A(t) = \begin{pmatrix} t & 1 \\ 0 & -t \end{pmatrix}$

(2) Betrachten Sie die Abbildung $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C} : z \mapsto z^2$.

Zwei reelle Gerade $L_1 = a + \mathbb{R}v_1$ und $L_2 = a + \mathbb{R}v_2$ in $\mathbb{C} = \mathbb{R}^2$ schneiden sich in a und somit schneiden sich $f(L_1)$ und $f(L_2)$ im Punkt $f(a)$.
Untersuchen Sie die Schnittwinkel von $f(L_1)$ und $f(L_2)$ im Punkt $f(a)$ (in Abhängigkeit vom Schnittwinkel von L_1 und L_2) für

(a) $a \neq 0$

(b) $a = 0$

(3) Betrachten Sie die Abbildung $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C} : z \mapsto \dfrac{z}{z+1}$.

Untersuchen Sie, welches geometrische Objekt $f(M)$ in $\mathbb{C} = \mathbb{R}^2$ ist, falls M

(a) ein reeller Kreis

(b) eine reelle Gerade

in $\mathbb{C} = \mathbb{R}^2$ ist, und zwar für die beiden Fälle
(α) $-1 = -1 + 0\mathrm{i} = (-1, 0) \in M$
(β) $-1 \notin M$

*Anleitung:*analytische Geometrie!

(4) Umrechnung zwischen kartesischen und Polarkoordinaten:

(a) Bestimmen Sie die Polarkoordinaten für folgende komplexe Zahlen:
$3 + 4\mathrm{i} \qquad (1 + \mathrm{i})^4 \qquad -1 - 3\mathrm{i}$

(b) Bestimmen Sie die kartesischen Koordinaten für folgende komplexe Zahlen:
$(r, \varphi) = (4, \frac{\pi}{4}) \qquad (r, \varphi) = (3, 2)$