

**Praktikum**  
**Lineare Algebra 1**  
**WS 2011/2012**

**Blatt 5**

**8. November 2011**

- (1) (a) Verwandeln Sie jede der folgenden Matrizen über  $\mathbb{Q}$  mittels elementarer Zeilenumformungen in eine Matrix in Stufenform:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 16 & 9 & 4 & 1 \\ 64 & 27 & 8 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 8 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 4 & 2 \\ 3 & 8 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (b) Finden Sie mittels der in (a) berechneten Stufenformen und mittels der Methode aus Kapitel 2 der Vorlesung

- eine  $\mathbb{Q}$ -Basis des Lösungsraumes  $L(A, 0) \leq \mathbb{Q}^{3 \times 1}$  des homogenen Systems  $Ax = 0$
- eine  $\mathbb{Q}$ -Basis des Lösungsraumes  $L(B, 0) \leq \mathbb{Q}^{4 \times 1}$  des homogenen Systems  $Bx = 0$
- eine  $\mathbb{Q}$ -Basis des Lösungsraumes  $L(C, 0) \leq \mathbb{Q}^{5 \times 1}$  des homogenen Systems  $Cx = 0$ .

Wie sehen diese Gleichungssysteme aus, wenn man sie *ohne Verwendung von Matrizen* anschreibt?

- (2)  $A$  sei die Matrix aus Aufgabe (1) und  $b, c, d \in \mathbb{Q}^{3 \times 1}$  seien die Spalten

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie mittels der Ergebnisse aus Aufgabe (1) und mittels der Methode aus Kapitel 2 der Vorlesung wenigstens eine Darstellung der Lösungsmenge

- $L(A, b) \leq \mathbb{Q}^{3 \times 1}$  des inhomogenen Gleichungssystems  $Ax = b$
- $L(A, c) \leq \mathbb{Q}^{3 \times 1}$  des inhomogenen Gleichungssystems  $Ax = c$
- $L(A, d) \leq \mathbb{Q}^{3 \times 1}$  des inhomogenen Gleichungssystems  $Ax = d$ .

Für welche der drei Spalten  $b, c, d$  ist die zugehörige Lösungsmenge *leer*?