

**Praktikum
Lineare Algebra 1
WS 2011/2012**

**Blatt 4
25. Oktober 2011**

- (1) Eine Matrix $A \in \mathbb{Q}^{2 \times 2}$ kann invertiert werden, wenn $ad - bc \neq 0$. In diesem Fall gilt

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix},$$

wobei

$$A := \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Beweise diese Formel durch Nachrechnen.

- (2) Klassifiziere folgende Gleichungssysteme in linear oder nichtlinear und homogen oder inhomogen. Berechne wenn möglich deren Lösung mit den Methoden aus dem Schulunterricht.
- (a) $x + y = 1, x - y = 1$
 - (b) $x^2 + y^2 - 1 = 0, x - y = 0$
 - (c) $x_1 + 3x_2 = 2, x_1 + x_2 = 0$
 - (d) $x_1x_2 = 1, x_1 - x_2 = 0$
 - (e) $x_1x_2 = 1, x_1 - x_2 = 0, x_1 = |x_2|$
 - (f) $x + y + z = 0$

- (3) Die Menge

$$E := \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

ist ein Erzeugendensystem von \mathbb{R}^3 , aber keine Basis. Zeige, dass es mehrere Möglichkeiten gibt, den Vektor

$$v := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

als Linearkombination von Vektoren in E darzustellen.

- (4) Bildet die Menge $T = [0, \infty)$ einen Vektorraum mit der üblichen Addition und Multiplikation? Ist Temperatur (in Kelvin gemessen) eine Vektorgröße? Was passiert, wenn wir Temperatur in Grad Celsius messen?
- (5) Ein Flugzeug bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von $v = 150m/s$ entlang der x -Achse fort. Dabei steigt es $5m/s$. Die Windgeschwindigkeit ist gegeben durch den Vektor

$$w = \begin{bmatrix} -10 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{m}{s}.$$

Berechne die Geschwindigkeit entlang der x -Achse relativ zum Boden (ground speed).