

Name:

Gruppe:

LERNÜBERPRÜFUNG
PRAKTIKUM ANALYSIS 1

03.02.2012
WS 2011/2012

Alle Lösungen müssen lesbar geschrieben und ausreichend begründet sein, die Ergebnisse sind soweit wie möglich zu vereinfachen. Als Hilfsmittel ist ein nicht programmierbarer Taschenrechner erlaubt. Der Notenschlüssel lautet wie folgt (ohne Mitarbeit): Nicht genügend (0–8 Punkte), Genügend (9–10 Punkte), Befriedigend (11–12 Punkte), Gut (13–14 Punkte), Sehr gut (15–17 Punkte).

- (1) **[2 Punkte]** Gib Definitionen und Wertebereich folgender Funktionen an und bestimme ob diese injektiv, surjektiv, oder bijektiv sind

- $f: \mathbb{D}_1 \rightarrow \mathbb{R}, \varphi \mapsto \frac{1}{2} \sin(\varphi + \pi)$
- $g: \mathbb{D}_2 \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 3x^{1/3}$

- (2) **[3 Punkte]** Berechne den Grenzwert der folgenden Funktionen

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - 3\sqrt{n} + 1}{2n^3 + n^2 - 2}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3}{e^{-n} + n^3}$

- (3) **[2 Punkte]** Berechne $\operatorname{Re}, \operatorname{Im}, |\cdot|$, und \bar{z} für $a \in \mathbb{R}$ und

$$z = \frac{ia}{3 + ai}.$$

- (4) **[4 Punkte]** Bestimme den Definitionsbereich und löse folgende Gleichungen

- $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}$.
- $(2^{x-1})^{x+1} - 4^{4x}(4^{x^2+1})^2 = 0$.
- $10^{x+1} = 4$.

- (5) **[3 Punkte]** Bestimme Definitionen und Lösungsmenge (in der komplexen Ebene) folgender Gleichungen

- $x^2 + (i - 1)x - i = 0$.
- $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = 1$

- (6) **[2 Punkte]** Bestimme alle $x, y \in \mathbb{R}$, so dass die Dreiecksungleichung scharf ist, i.e.

$$|x + y| = |x| + |y|.$$

- (7) **[2 Punkte]** Gib Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Ungleichung an

$$x < \sqrt{x^2 + x}.$$

- (8) **[2 Punkte]** Zeige folgende Relation

$$\sin(\arccos x) = \sqrt{1 - x^2}.$$

Hinweis: Verwende $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.