

**Praktikum  
Analysis 1  
WS 2011/2012**

**Blatt 3  
20. Oktober 2011**

(1) Zeigen Sie durch *vollständige Induktion*:

(a)  $2n+1 < 2^n$  für alle natürlichen Zahlen  $n \geq 3$

(b)  $n^2 < 2^n$  für alle natürlichen Zahlen  $n \geq 5$ .

Für den Beweis der Aussage (b) kann die Aussage (a) benützt werden!

Was gilt in (a) für  $n = 0, 1, 2$  und in (b) für  $n = 0, 1, 2, 3, 4$ ?

(2) Zeige mittels Beweis durch Widerspruch, dass

$$\forall A, B, W: (A \neq B \wedge (A \times W = B \times W)) \Rightarrow (W = \emptyset).$$

Anleitung: Wir nehmen an, dass  $W \neq \emptyset$  und folgern daraus einen Widerspruch.

Anmerkung:  $A, B$  und  $W$  sind als Mengen zu verstehen.

(3) (Wiederholung aus der Schule). Zeichne folgende Funktionen, bestimme den Definitionsbereich und Wertebereich und diskutiere das Verhalten der Funktionen bei  $\infty$  und  $-\infty$  (falls möglich).

$$(x-1)^2 + 2, \quad (x-2)^3, \quad \frac{1}{x+2}, \quad \frac{1}{x^4+1}$$

$$\sqrt{x^2}, \quad e^{-2x}, \quad \log(x-2), \quad \sin(\varphi), \quad \tan(\theta)$$

(4) (Wiederholung aus der Schule). Berechne die Partialbruchzerlegung folgender Terme:

$$\frac{2x-1}{x^2+x-6}, \quad \frac{2x+1}{x^2-2x+1}, \quad \frac{x^2+1}{x^2-1}.$$