Bereiten Sie die Seiten 1–15 des Skriptums Analysis 1 vor.

(1) EIGENSCHAFTEN VON ABBILDUNGEN: Definieren Sie Abbildungen $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit folgenden Eigenschaften:

(a) f ist injektiv, aber nicht surjektiv.
(b) f ist surjektiv, aber nicht injektiv.
(c) Für unendlich viele $x \in \mathbb{R}$ ist $f^{-1}(\{x\})$ eine unendliche Menge.
(d) f ist injektiv und $\operatorname{Bi} f = \{x \in \mathbb{R}\colon\ -1 < x < 1\}$.

(2) INDUKTION: Für welche $n \in \mathbb{N}_0$ gelten folgende Ungleichungen?

(a) $2n + 1 \leq 2^n$
(b) $n^2 \leq 2^n$

Stellen Sie eine Behauptung auf und beweisen Sie diese mittels vollständiger Induktion über n.

(3) WURZELGLEICHUNGEN: Bestimmen Sie Definitions- und Lösungsmenge der Gleichungen

(a) $\sqrt{6+x} = \sqrt{10-4x} - \sqrt{x}$ (b) $\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1} = \sqrt{x^2+x-2}$

über $\mathbb{R}$.

(4) QUADRATISCHE GLEICHUNG: Bestimmen Sie zu festem $a \in \mathbb{R}$ Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung

$$(a^2-1)x^2 - ax - 1 = 0$$

über $\mathbb{R}$.

(5) BETRAGSUNGLEICHUNG: Bestimmen Sie Definitions- und Lösungsmenge der Ungleichung

$$|x^2 - 2x - 3| > 1$$

über $\mathbb{R}$.

(6) MÄCHTIGKEIT DER POTENZMENGE: Es sei X eine endliche Menge. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion über die Anzahl der Elemente von X, dass

$$\left|2^X\right| = 2^{|X|}\,.$$