

Projektkurzfassung

Die Vlasov-Poisson und Vlasov-Maxwell Gleichungen bilden die grundlegendste Beschreibung eines (kollisionsfreien) Plasmas. Die Gleichungen beschreiben die Zeitentwicklung einer Partikel-Wahrscheinlichkeitsverteilung im 3+3 dimensionalen Phasenraum, welche mithilfe des elektromagnetischen Feldes wechselwirkt. Die Schwierigkeit, eine numerische Lösung zu erhalten, kann kurz in drei Punkten zusammengefasst werden:

1. Der sechsdimensionale Phasenraum impliziert, dass die Speicheranforderungen proportional zur sechsten Potenz in der Anzahl der Gitterpunkte steigt.
2. Die Vlasov Gleichung ist steif (d.h. die Zeitschrittweite ist durch die CFL Bedingung eingeschränkt)
3. Durch die Kopplung an die Maxwell/Poisson Gleichung ist das System stark nichtlinear.

Für die Zeitintegration wurde ein numerisches Verfahren basierend auf dem Strang Splitting vorgeschlagen, welches die Basisfunktionen eines Interpolationsraumes verschiebt und das Resultat wieder in den entsprechenden Unterraum projiziert. Dieses Verfahren wurde in zahlreichen Plasmasimulationen verwendet. Allerdings gibt es bisher keine Konvergenzanalyse. Im magnetischen Fall wurde bisher auch nicht angedacht, ein Splittingverfahren höherer Ordnung in der Zeit zu verwenden. Solche Verfahren würden es erlauben, größere Zeitschritte zu machen und sich dementsprechend positiv auf die Effizienz auswirken.

Ziele des Projektes sind:

1. eine numerische Analyse des Strang-Splittings für Vlasov-ähnliche Gleichungen durchzuführen;
2. diese Resultate auf Splittingverfahren höherer Ordnung zu verallgemeinern;
3. eine Konvergenzanalyse des vollständig diskretisierten Problemes durchzuführen (unter Verwendung einer discontinuous Galerkin Interpolation im Raum);
4. die vorhergehenden Resultate auf Verfahren höherer Ordnung im Raum zu verallgemeinern.

Wir werden damit beginnen, die Eigenschaften eines abstrakten Anfangswertproblems zu untersuchen, welches sowohl die Vlasov-Poisson als auch die Vlasov-Maxwell-Gleichungen als Spezialfall enthält. Die Fehleranalyse kann dann auf das Volldiskretisierte Problem erweitert werden, in dem die Raumdiskretisierung als eine Störung des analytischen Problems betrachtet wird.

Um Splittingverfahren höherer Ordnung zu implementieren, müssen wir den Kraftterm der Vlasov-Gleichung an Zwischenschritten auswerten. Wir werden dafür ein effizientes Verfahren entwickeln. Weiters ist es von Interesse zu untersuchen wie sich Splittingverfahren höherer Ordnung verhalten, wenn die Anzahl der Gitterpunkte reduziert und dafür ein discontinuous Galerkin-Verfahren höherer Ordnung im Raum verwendet wird. Da der Phasenraum der Vlasov Gleichung sechsdimensional ist würde dies den Speicherbedarf drastisch reduzieren.