Die Platonischen Körper

Ablauf:

1. Die Studenten erklären den Schülern kurz, wer Platon war, wann und wo er gelebt hat und womit er sich beschäftigt hat.
2. Anschließend wird den Schülern erklärt was Platonische Körper sind und die jeweiligen Besonderheiten der einzelnen Körper werden besprochen. Vielleicht anhand von selbst gemachten Modellen.
3. Die Schüler dürfen sich nun eine Modellvorlage aussuchen und gemeinsam mit den Studenten zusammenbauen.
4. Falls der Wunsch besteht können die Schüler auch noch eine weitere Vorlage mit nach Hause nehmen, um sie dort zu basteln.

Informationen:

Platon

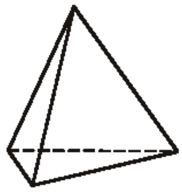
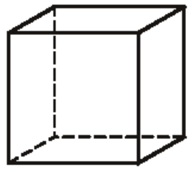
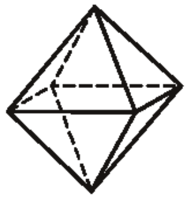
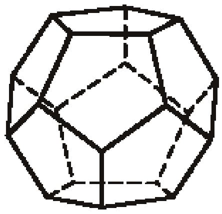
Platon wurde um etwa 428/427 v.Chr. in Athen geboren und wuchs in einer wohlhabenden Familie auf. Er war wohl einer der bekanntesten und einflussreichsten Philosophen der Geschichte und stellte viele Überlegungen zu Wissen und Staat an. Außerdem gründete er die Platonische Akademie, welche die wichtigste Philosophenschule Griechenlands wurde. Unter seinen zahlreichen Werken befinden sich auch einige mit mathematisch- philosophischem Inhalt und im Zuge dieser beschäftigte er sich auch mit den Platonischen Körpern.

Besondere Regelmäßigkeiten der Platonischen Körper:

- In allen Ecken stoßen gleich viele Kanten zusammen
- Alle Flächen haben die gleiche Anzahl von Ecken
- Alle Kanten sind gleich lang
- Alle Winkel sind gleich groß

Für Platon war die Tatsache, dass es nur 5 solcher Körper gibt, so bedeutend, dass er ihnen die 5 Elemente (nach Aristoteles) zuordnete.

Tetraeder	Feuer
Hexaeder	Erde
Oktaeder	Luft
Ikosaeder	Wasser
Dodekaeder	Kosmos/Geist

Tetraeder (Vierflächner): Er ist begrenzt durch vier gleichseitige Dreiecke.. An jeder Ecke treffen drei Dreiecke zusammen.	
Hexaeder (Sechsflächner, Würfel): Er ist begrenzt durch sechs Quadrate. An jeder Ecke treffen drei Quadrate zusammen.	
Oktaeder (Achtflächner): Er ist begrenzt durch acht gleichseitige Dreiecke. An jeder Ecke treffen vier Dreiecke zusammen.	
Dodekaeder (Zwölfflächner): Er ist begrenzt durch zwölf regelmäßige Fünfecke. An jeder Ecke treffen drei Fünfecke zusammen.	
Ikosaeder (Zwanzigflächner): Er ist begrenzt durch zwanzig regelmäßige Dreiecke. An jeder Ecke treffen fünf Dreiecke zusammen.	

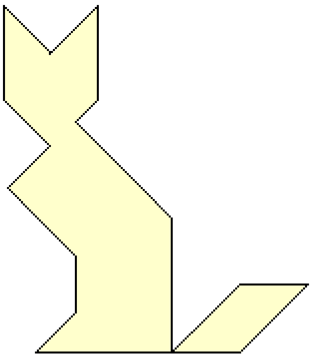
[1]

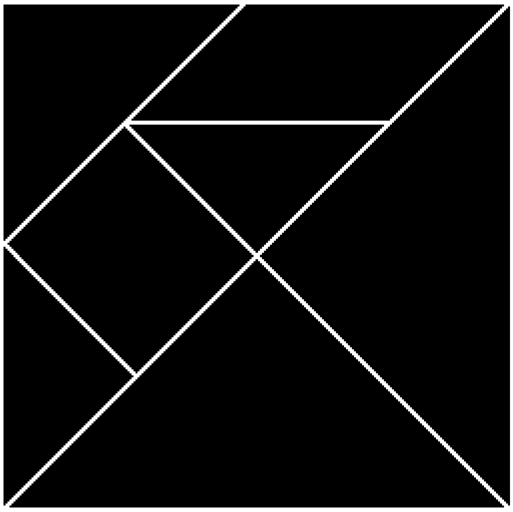
Benötigte Materialien:

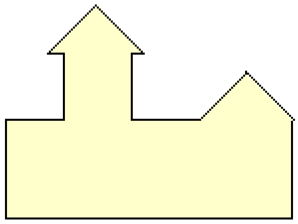
- Kopien (Papier und Kopiervorlagen im Institut vorhanden)
- Scheren (vorhanden)
- Klebstoff (vorhanden)

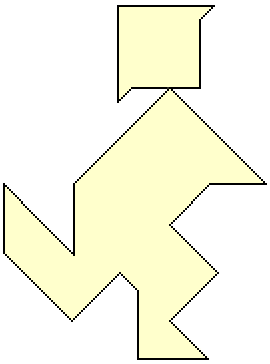
[1] http://www.uibk.ac.at/mathematik/archiv/oeamtc/downloads/d_platon/plat_koerper.doc , 17.5.2009.

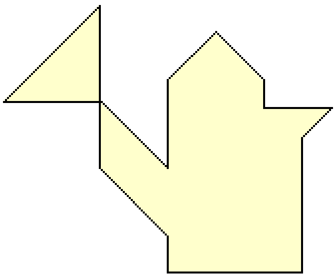
Rätselecke/Bastelecke – Tangram

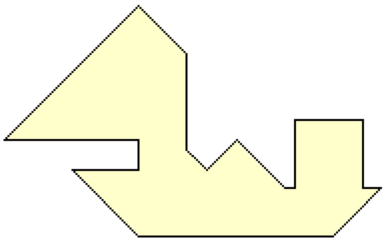




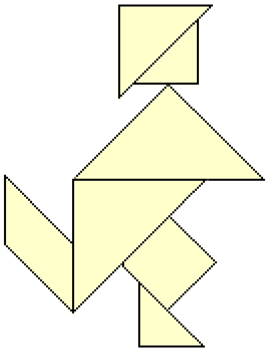
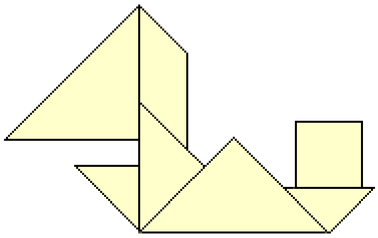


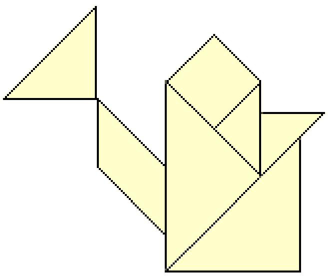


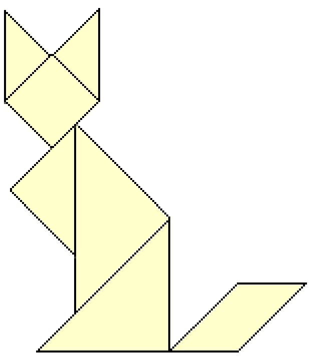


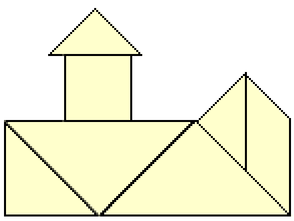


Lösung zum Tangram von oben

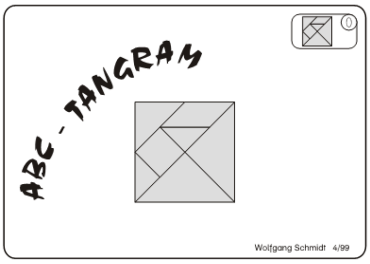


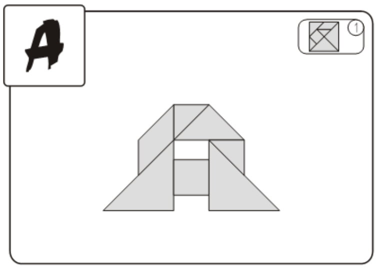




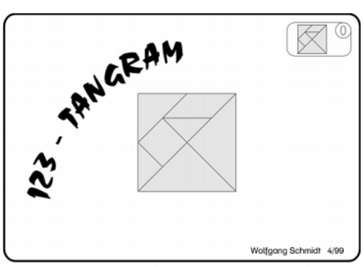
Kopiervorlagen mit Lösungen

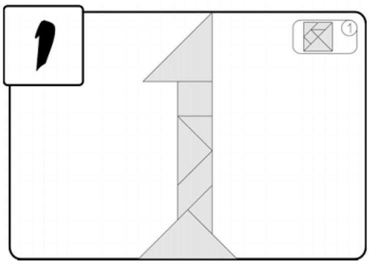
- http://193.171.252.18/www.lehrerweb.at/gs/gs_arb/kl_1/d/lege/abc_tangram.pdf
  ABC-Tangram zum Ausdrucken





- http://193.171.252.18/www.lehrerweb.at/gs/gs_arb/kl_1/d/lege/123_tangram.pdf **1 2 3 - Tangram zum Ausdrucken**





Ablauf:

1. Die Studenten zeigen den Schülern eine Tangramvorlage und erzählen ihnen kurz die Geschichte dieses Spiels:

Die Geschichte des Tangrams

Tangram ist ein altes chinesisches Legespiel, das vermutlich zwischen dem 8. und 4. Jahrhundert v. Chr. entstand.

Der Legende nach beauftragte ein Mönch einst seinen Schüler, in die Welt hinaus zu reisen. Der Schüler sollte versuchen die vielfältige Schönheit der Erde auf nur eine einzige Keramiktafel zu malen. Unglücklicherweise zerbrach diese Tafel jedoch in sieben Teile. Tagelang versuchte nun der Schüler die Tafel wieder zu einem Viereck zusammenzulegen.
Dabei entstanden unendlich viele Muster und Bilder.
Am Ende verstand der Schüler: er muss nicht in die Welt hinaus reisen. Er kann ihre Schönheit und Vielfalt ganz einfach in den sieben Teilen der zerbrochenen Tafel wieder finden.

2. Die Studenten erklären den Schülern die geometrischen Formen, aus welchen das Spiel besteht.
   Die Spielregeln werden erklärt (alle Teile müssen verwendet werden, diese dürfen sich nicht überschneiden).

Spielmaterial

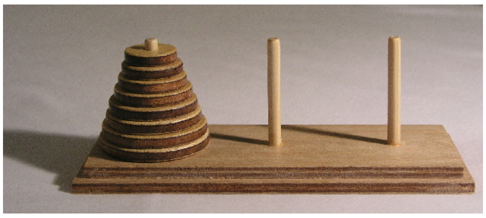
Das Spiel besteht aus sieben Teilen in einfachen geometrischen Formen. Diese Teile entstehen durch das „Zerschneiden" eines Quadrates in zwei große Dreiecke, ein mittelgroßes Dreieck, zwei kleine Dreiecke, ein Quadrat und ein Parallelogramm.
Aus diesen Formen können zahlreiche Figuren gelegt werden, die dann Tiere, Gebäude oder andere Gestalten zeigen. Dazu müssen alle Teile verwendet werden, wobei sie nicht übereinandergelegt werden dürfen.

3. Die Studenten geben den Schülern die Tangramvorlagen zum Ausschneiden. Wenn die Schüler ihre Tangrams ausgeschnitten haben, sollen sie versuchen das Quadrat zu rekonstruieren.
4. Die Studenten geben den Schülern nun zwei Tangrambilder mit Lösung. Die Schüler sollen versuchen die vorgelegten Bilder nachzulegen.
5. Nun geben die Studenten den Schülern eine Auswahl verschiedener Formen und Bilder ohne Lösung. Die Schüler können nun versuchen selbst auf die Lösung zu kommen.

Benötigtes Material:

Scheren, Kopiervorlagen, Kopien

Die Türme von Hanoi



Ablauf:

-

1. Die Studenten erklären den Schülern die Aufgabenstellung des Rätsels:
   Die Türme von Hanoi sind ein mathematisches Rätsel. Es besteht aus drei Stäben und durchlochten Scheiben, die alle verschieden groß sind. Am Anfang befinden sich alle Scheiben der Größe nach geordnet (die Größte liegt unten) auf dem linken Stab. Ziel dieses Rätsels ist es, alle Scheiben auf den rechten Stab zu bringen.
2. Die Studenten erklären den Schülern die Spielregeln:
   a. Es darf immer nur eine Scheibe verlegt werden.
   b. Es darf immer nur eine kleinere Scheibe auf eine größere Scheibe gelegt werden.
3. Wir beginnen mit zwei Scheiben. Wenn die Schüler die Lösung gefunden haben, sollen sie das Rätsel mit drei Scheiben zu lösen versuchen. Dann mit vier Scheiben, usw.

Lösung für drei Scheiben:

Auf dem linken Stab (A) befinden sich die drei Scheiben (Nummer 3: größte Scheibe; Nummer 2: mittlere Scheibe; Nummer 1: kleinste Scheibe). Auf den rechten Stab (C) müssen dieses Scheiben gebracht werden.
Zuerst nimmt man Scheibe 1 von A und legt sie auf C. Danach nimmt man 2 und legt sie auf B (mittlerer Stab). Darauf legt man dann 1 vom Stab C. Die Scheibe 3 wird dann auf Stab C gelegt. Danach wird 1 auf A gelegt und 2 auf C. Zum Schluss muss nur noch 1 vom Stab A auf Stab C gelegt werden.

Das induktive Prinzip[i]

Diese Aufgabe soll in möglichst wenigen Zügen gelöst werden, es wird also eine optimale Zugfolge gesucht. Angenommen man würde nur eine Scheibe auf den Stab A legen, dann wäre die Aufgabe mit einem Zug gelöst. Mit zwei Scheiben muss man zuerst die oberste Scheibe auf den Hilfsstab B legen und anschließend die untere Scheibe von A nach C, die auf B abgelegte oben darauf. Für drei Scheiben ist das Vorgehen ähnlich: Man weiß nun bereits, wie man zwei Scheiben von einem zum anderen Stab bringen kann. Also können zuerst alle, bis auf die unterste Scheibe, auf den Hilfsstab B gelegt werden, dann die unterste auf den Zielstab C. Zuletzt müssen nur mehr die Scheiben vom Hilfsstab auf die größte Scheibe versetzt werden und diesen Vorgang beherrscht man bereits. Angenommen man hätte nun beliebig viele Scheiben, sagen wir n. Nun kommt es darauf an, dass man das Spiel für eine Scheibe weniger lösen kann, also für n-1. Dann erhält man eine optimale Zugfolge wie folgt:

- n - 1 Scheiben werden auf von A den Hilfsstab B gelegt
- von A wird die unterste Scheibe auf den Zielstab C verschoben
- die n - 1 Scheiben werden von B nach C umgeschichtet

Bezeichne Z(n) die Anzahl der Züge für eine optimale Zugfolge mit n Scheiben. Aus der oben angegebenen Vorgangsweise sieht man, dass stets
Z(n) = Z(n - 1) +1 gilt. Daraus lässt sich erkennen, dass man für eine optimale Zugfolge mit n Scheiben 2^n - 1 Züge benötigt.

Scheiben	Züge
2	3
3	7
4	15
5	31
6	63
…	…
64	18446744073709551615

Das Umschütt-Spiel:[ii]

Ablauf:

1.) Die Studenten beschreiben den Schülern kurz die Problemstellung der Umschüttaufgabe: Wir haben drei Behälter zur Verfügung (8 Deziliter, 5 Deziliter, 3 Deziliter). Am Anfang ist der 8 dl Behälter vollgefüllt mit Wasser. Nun soll das Wasser so umgeschüttet werden, dass sich im 8 dl Behälter und im 5 Deziliter Behälter je 4 dl Wasser befinden.

2.) Die Studenten legen den Schülern den Spielplan vor, mit dessen Hilfe die Schüler leichter auf die Lösung des Rätsels kommen sollen.

   Spielplan:

   1.Variante: Man beginnt bei dem eingezeichneten Startpunkt das Spiel. Die Spielfigur darf jetzt nur gerade nach oben, gerade nach links und rechts und auf den schiefen Linien gehen. Man muss dabei immer so weit gehen bis die Figur den Rand des Spielfeldes erreicht. Man versucht das Ziel zu erreichen.
   2.Variante: Man kann auch versuchen einen Weg vom Ziel zum Start zu suchen. Dabei muss man aber darauf achten, dass man den gegangen Weg auch zurück gehen kann ohne die Spielregeln zu verletzen.

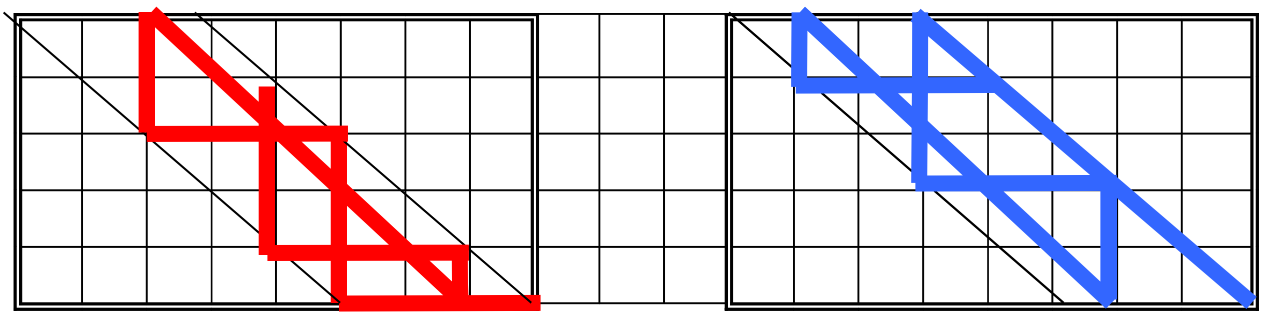
Die Punkte in dem Koordinatensystem geben immer den Füllstand der Gefäße 1 und 2 an. Also (3,5) bedeutet 3 dl im Gefäß 1 und 5 dl im Gefäß 2. Den Füllstand im Gefäß 3 kann man sich dann immer ausrechnen.

Füllstand Gefäß 3 = 8 dl – Füllstand Gefäß 1 – Füllstand Gefäß 2

Also (5,0) bedeutet 5 dl in Gefäß 1, 0 dl in Gefäß 2 und 3 dl in Gefäß 3.

3.) Anhand des Spieles kann man leicht einen Weg zum Umschütten finden. Man beginnt beim Ziel und sucht einen Weg zum Start oder wenn möglich auch umgekehrt. Die Schüler sollen nun diese Schritte dokumentieren, dann können sie die Liste von hinten nach vorne oder umgekehrt (je nach nachdem ob sie vom Ziel zum Start oder vom Start zum Ziel gehen) lesen und laut dieser Liste umschütten.

Möglichkeit 1		**Möglichkeit 2**



Umschüttaufgabe

Es gibt 3 Gefäße (Gefäß1 - 8 dl, Gefäß 2 – 5 dl und Gefäß 3 – 3 dl).
Gefäß 1 ist vollgefüllt mit Wasser. Das Ziel der Aufgabe ist es durch Umschütten mit Hilfe der beiden anderen Gefäße die Flüssigkeit zu halbieren. Am Ende der Aufgabe sollen sich sowohl im Gefäß 1 als auch im Gefäß 2 4 dl befinden.

Was ist erlaubt? Wie geht man vor?

Wenn man die Flüssigkeit in ein neues Gefäß schüttet, dann muss man das neue Gefäß immer bis obenhin voll füllen. Ausnahme: Wenn sich in dem alten Gefäß weniger Flüssigkeit befindet als im neuen Gefäß Platz hat, dann muss immer die gesamte Flüssigkeit von dem alten Gefäß umgeschüttet werden. Durch mehrmaliges Umschütten kann man die Flüssigkeit halbieren.

In der Tabelle sind die 2 kürzesten Wege eingetragen.

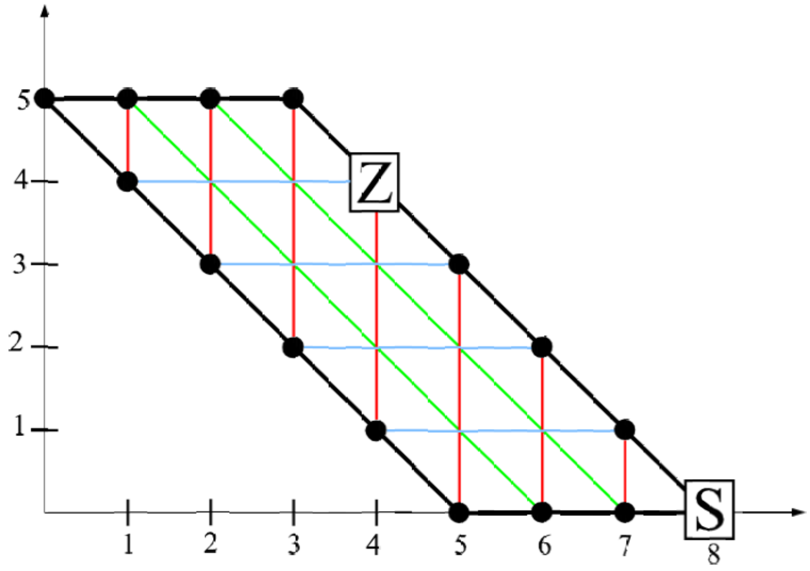
Gefäß 1 (8 dl)		**Gefäß 2** (5 dl)		**Gefäß 3** (3 dl)	
Mögl. 1	**Mögl. 2**	**Mögl. 1**	**Mögl. 2**	**Mögl. 1**	**Mögl. 2**
8	8	0	0	0	0
5	3	0	5	3	0
5	3	3	2	0	3
2	6	3	2	3	0
2	6	5	2	1	0
7	6	0	0	1	2
7	1	1	5	0	2
4	1	1	4	3	3
4	4	4	4	0	0

Tabelle für die Schüler zum Eintragen.

Tabelle zum Umschütten

	Gefäß 1 (8 dl)	**Gefäß 2 (5 dl)**	**Gefäß 3 (3dl)**
1. Schritt			
2. Schritt			
3.Schritt			
4. Schritt			
5. Schritt			
6. Schritt			
7. Schritt			
8. Schritt			
9.Schritt			
10. Schritt			
11. Schritt			
12. Schritt			
13. Schritt			
14. Schritt			
15. Schritt			

Spielplan:



[i] Quelle: http://www.tobiashell.com/vs/hanoi.pdf Abruf: 15.05.09
[ii] Quelle: http://www.uibk.ac.at/mathematik/archiv/oeamtc/index.htm 15.05. 09