

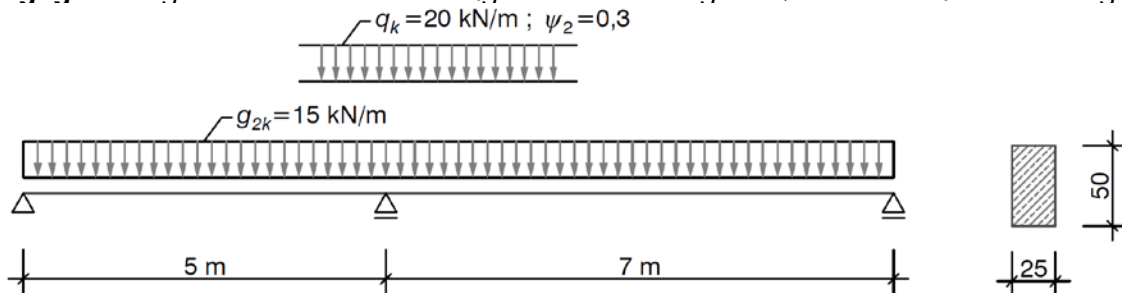
Praktischer Prüfungsteil:

(67 P)

Beispiel 1: Zweifeldträger

(40 P)

geg.: Gegeben ist ein Zweifeldträger mit rechteckigem Querschnitt laut Abbildung.



- Belastung:
- Eigengewicht des Trägers
 - Aufbaulast: $g_{2k} = 15 \text{ kN/m}$
 - Veränderliche Last: $q_k = 20 \text{ kN/m}$; ($\psi_2 = 0,3$)

- Baustoffe:
- Beton C30/37
 - Betonstahl BSt 550 B
- Betondeckung $c = 3 \text{ cm}$

ges.: Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit:

- 1.) Schnittgrößenverlauf von Biegemoment und Querkraft im GZT
 LF1: größtes Feldmoment: linear elastisch
 LF2: größtes Stützmoment: linear elastisch mit begrenzter Umlagerung
 Lagern Sie den LF2 so um, dass das Stützmoment mit LF1 übereinstimmt.
- 2.) Erforderliche Biegebewehrung für den Feld- und den Stützquerschnitt.
 Ist die in 1.) durchgeführte Umlagerung nach EC 2 zulässig?
- 3.) Querkraftbemessung des Trägers
- 4.) Zugkraft- bzw. Momentendeckungslinie für die gewählte Bewehrung im rechten Feld

Hinweis für 1.)

- Bei zu großer Umlagerung ist eine ausreichende Rotationsfähigkeit über Stütze nicht mehr gewährleistet, es kann daher nur eine Stützmomenten-umlagerung von ca. 30% durchgeführt werden.

ges.: Bemessung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit:

- 5.) Rissbreitennachweis für den Stützquerschnitt mit Hilfe des Grenzdurchmessers.

Es wird gefordert, dass unter der quasi-ständigen Kombination die Rissbreite nicht mehr als $w_k = 0,3 \text{ mm}$ beträgt.

Bügelabstufung und Zugkraft- bzw. Momentendeckungslinie im Maßstab 1:50



Hinweise für 5.)

- Für die Berechnung des Rissmomentes und die Steifigkeit des Zustandes I darf die Bewehrung vernachlässigt werden (Bruttoquerschnitt)

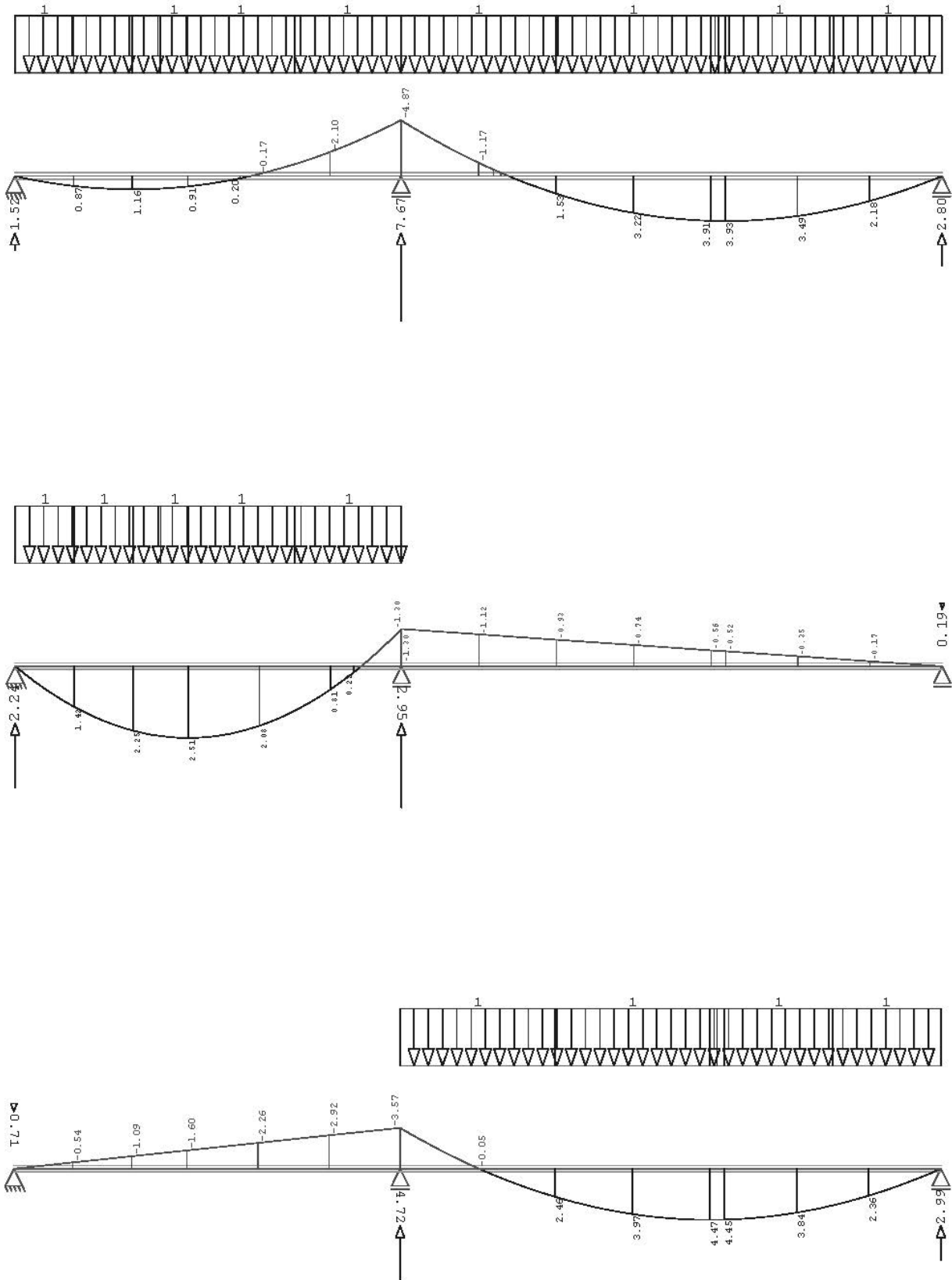


Abbildung 1: Schnittgrößenermittlung für Durchlaufträger

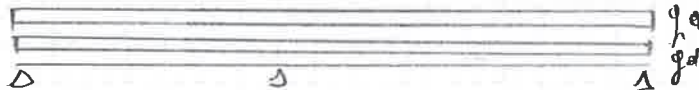


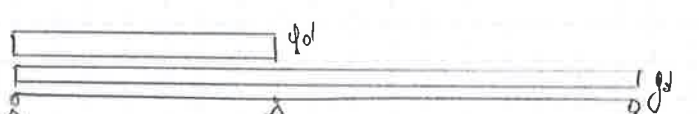
Beispiel 1)

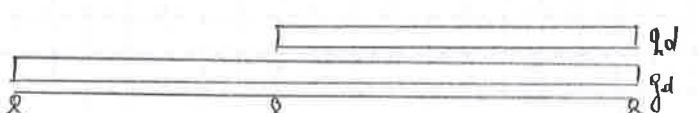
lasten: ständig: $g_{1d} = j_{g1} \cdot b \cdot h \cdot j_{gB} = 1,35 \cdot 0,25 \cdot 0,5 \cdot 25 = 4,22 \frac{kN}{m}$
 $g_{2d} = j_{g2} \cdot g_{2h} = 1,35 \cdot 15 = 20,25 \frac{kN}{m}$
 $g_d = 24,47 \frac{kN}{m}$

veränderlich: $q_d = j_{q1} \cdot q_h = 1,5 \cdot 20 = 30,00 \frac{kN}{m}$

Prüfen welche Umlagerung möglich:

1)  $M_B = -4,87 \cdot (q_d + g_d) = -265,27 \text{ kNm}$

2)  $M_B = -4,87 \cdot g_d - 7,3 \cdot q_d = -158,77 \text{ kNm}$

3)  $M_B = -4,87 \cdot g_d - 3,57 \cdot q_d = -226,27 \text{ kNm}$

Umlagerung: 1 auf 2: $\delta = \frac{M_{B,red}}{M_{B,vorh}} = \frac{158,77}{265,27} = 0,60$
 $\Rightarrow > 30\%$ nicht zulässig

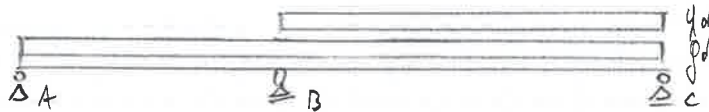
1 auf 3: $\delta = \frac{M_{B,red}}{M_{B,vorh}} = \frac{226,27}{265,27} = 0,85$
 $\Rightarrow < 30\%$ zulässig

Es wird die zweite Umlagerung durchgeführt !!



Schnittgrößen:

LF1:



$$M_B = -226,27 \text{ kNm}$$

$$M_{F_{2,1}} = 3,91 \cdot g_d + 4,47 \cdot q_d = 229,78 \text{ kNm} \rightarrow \text{maßgebend}$$

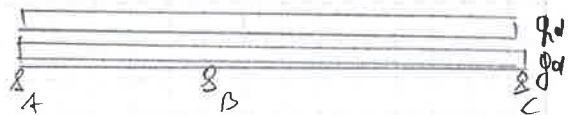
$$M_{F_{2,2}} = 3,93 \cdot g_d + 4,45 \cdot q_d = 229,67 \text{ kNm}$$

$$A = 1,52 \cdot g_d - 0,77 \cdot q_d = 15,89 \text{ kN}$$

$$B = 7,67 \cdot g_d + 4,72 \cdot q_d = 329,28 \text{ kN}$$

$$C = 2,80 \cdot g_d + 2,99 \cdot q_d = 158,22 \text{ kN}$$

LF 2 mit begrenzter Umlagerung:



$$M_B = M_{B,LF1} = -226,27 \text{ kNm}$$

$$M_{F_2} = M_{F_{2,LF1}} = 229,78 \text{ kNm}$$

$$C = C_{LF1} = 158,22 \text{ kN}$$

$$B = \frac{1}{e_1} \cdot ((q_d + g_d) \cdot \frac{(l_1 + l_2)^2}{2} - C \cdot (l_1 + l_2)) = \frac{1}{5} \cdot ((30 + 24,47) \cdot \frac{12^2}{2} - 158,22 \cdot 12) = 409,69$$

$$A = (q_d + g_d) \cdot l - C - B = (30 + 24,47) \cdot 12 - 158,22 - 409,69 = 90,78 \text{ kN}$$

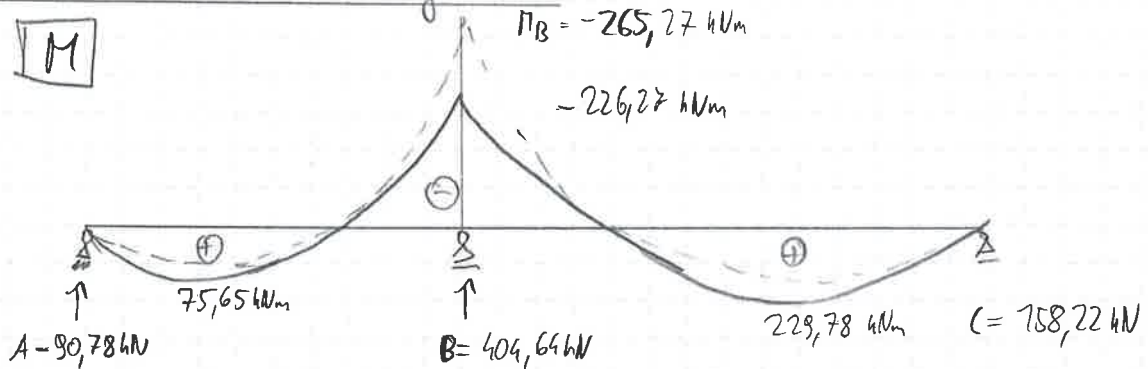
$$x_{min} = \frac{A}{(q_d + g_d)} = 1,67 \text{ m} \Rightarrow M_{F_1} = A \cdot x_{min} - (q_d + g_d) \cdot \frac{x_{min}^2}{2} = 75,65 \text{ kNm}$$

$$Q_{B,ei} = A - (q_d + g_d) \cdot l_1 = 90,78 - (30 + 24,47) \cdot 5 = -181,57 \text{ kN}$$

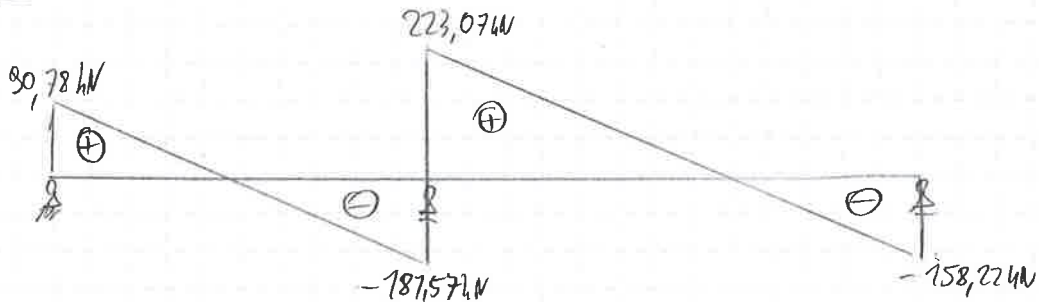
$$Q_{B,re} = B - Q_{B,ei} = 409,69 - 181,57 = 228,12 \text{ kN}$$

Skizze der Schnittgrößen:

M



Q



2) Biegebewehrung:

Stützquerschnitt:

Annahme $\bar{\phi}_{längs} = 20 \text{ mm}$ $\phi_{Bü} = 10 \text{ mm}$
 $c_{nom} = 3 \text{ cm}$

$$\Rightarrow d = h - c_{nom} - \phi_{Bü} - \frac{\bar{\phi}_{längs}}{2} = 45 \text{ cm}$$

Verkstoffe: $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{550}{1,75} = 47,8 \text{ kN/cm}^2$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ MPa}$$



$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b \cdot d^2 \cdot f_{ctd}} = \frac{(-) 22627 \text{ Nm}}{25 \cdot 45^2 \cdot 2} = 0,22 < \mu_{Mod,lin} = 0,362$$

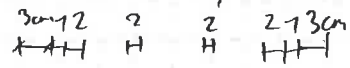
$$\xi = \frac{1}{2} \cdot (1 + \sqrt{1 - 2,055 \cdot \mu_{Eds}}) = \frac{1}{2} \cdot (1 + \sqrt{1 - 2,055 \cdot 0,22}) = 0,87$$

$$A_{s,erf} = \frac{M_{Eds}}{\xi \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{22627}{0,87 \cdot 45 \cdot 47,8} = 12,09 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,gew} = 4 \cdot \emptyset 20 = 12,57 \text{ cm}^2 > A_{s,erf} = 12,09 \text{ cm}^2$$

Mindestbewehrung:

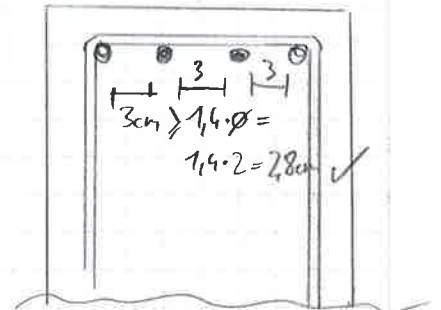
$$A_{s,min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d = 0,26 \cdot \frac{2,9}{550} \cdot 25 \cdot 45 = 1,54 \text{ cm}^2 \\ 0,0013 \cdot b \cdot d = 0,0013 \cdot 25 \cdot 45 = 1,46 \text{ cm}^2 \end{array} \right.$$



Nachweis der zulässigen Umlagerung:

bezogene Druckzonenhöhe:

$$\xi = \frac{1 - \xi}{k_a} = \frac{1 - 0,87}{0,416} = 0,31$$



zulässiger Umlagerungsfaktor nach EN 1992-1-1 Glg 5.10a

$$f_{ct} < 50 \text{ MPa} \Rightarrow \delta_{zul} \geq \begin{cases} k_1 + k_2 \cdot \frac{x_v}{d} = 0,44 + 1,25 \cdot 0,31 = 0,83 \\ k_5 = 0,7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \delta = 0,85 > \delta_{zul} = 0,83 \Rightarrow \text{Umlagerung zulässig!}$$



Feldquerschnitt:

$$M_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{22978}{25 \cdot 45^2 \cdot 2} = 0,23$$

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot (1 + \sqrt{1 - 2,055 \cdot M_{Eds}}) = \frac{1}{2} \cdot (1 + \sqrt{1 - 2,055 \cdot 0,23}) = 0,86$$

$$A_{s,erf} = \frac{M_{Eds}}{\xi \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{22978}{0,86 \cdot 45 \cdot 47,8} = 12,42 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,ger} = 4 \cdot \varnothing 20 = 72,57 \text{ cm}^2 > A_{s,erf} = 12,42 \text{ cm}^2 \quad \checkmark$$

3) Querkraftbemessung:

Nachweis der Betonwuchstrebe: $\alpha = 90^\circ \quad \tan \theta = 0,6$

$$V_{Rd,max} = b \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} \cdot \frac{1}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (< 0,5 \cdot b \cdot d \cdot \nu_1 \cdot f_{cd})$$

$$\nu_1 = 0,6 \cdot (1 - \frac{f_{ctd}}{f_{ctk}}) = 0,6 \cdot (1 - \frac{30}{250}) = 0,528$$

$$z = \xi \cdot d = 0,87 \cdot 45 = 39,15 \text{ cm}$$

$$V_{Rd,max} = 25 \cdot 39,15 \cdot 0,528 \cdot 2 \cdot \frac{1}{1,67 + 0,6} = 455,37 \text{ kN}$$

$$= 0,5 \cdot 25 \cdot 45 \cdot 0,528 \cdot 2 = 591,00 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,max} = 455,37 \text{ kN} \geq V_{Ed} = 223,07 \text{ kN}$$



erforderliche Querkraftbewehrung

V_{Ed} in Abstand d vom Mittelauflager

$$V_{Ed} = Q_{B,rc} - d \cdot (q_d + p_d) = 223,07 - 0,45 (24,47 + 30) = 188,56 \text{ kN}$$

$$a_{sw} = \frac{V_{Ed}}{2 \cdot f_{yd}} = \tan(\theta) = \frac{188,56}{38,75 \cdot 478} \cdot 0,6 = \frac{100 \text{ cm}^2}{1 \text{ m}} = 6,37 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$a_{sw,gen} = 2 \cdot \varnothing 10/20 = 7,85 \text{ cm}^2/\text{m} \quad \checkmark$$

maximal zulässiger Bügelabstand:

$$s_{L,max} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,75 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha) = 0,75 \cdot 45 \cdot (1 + \frac{7}{0,6}) = 90 \text{ cm} \\ 25 \text{ cm} \quad \checkmark \end{array} \right.$$

4.) Zugkraftdehnung

Versatzmaß: $a_L = \frac{z}{2} \cdot (\cot \theta - \cot \alpha) =$

$$a_{L(Feld)} = \frac{0,88 \cdot 45}{2} \cdot 0,6^{-1} = 32,25 \text{ cm}$$

$$a_{L(Stütz)} = \frac{38,75}{2} \cdot 0,6^{-1} = 32,62 \text{ cm}$$

Verankerungslängen:

Feldbereich:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{20}{1,15} = 3 \text{ N/mm}^2$$

$$L_{bd} = \alpha_1 \cdot \frac{\varnothing}{4} \cdot \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} = 1,0 \cdot \frac{20}{4} \cdot \frac{478}{3} \cdot \frac{12,52}{12,57} = 78,7 \text{ cm}$$



Stützbereich:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} \cdot 0,7 = 2,1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$L_{bd} = 1,0 \cdot \frac{2,0}{4} \cdot \frac{478}{2,1} \cdot \frac{12,03}{12,57} = 109,46 \text{ cm}$$

Nachweise in den GFG:

S) Rissbreitenachweis:

$$\sigma_n = \sigma_k + \psi_2 \cdot \sigma_{k1} = 18,73 + 0,3 \cdot 20 = 24,73 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$M_B = -4,87 \cdot 24,73 = -120,49 \text{ kNm} \quad (\text{hier keine Umlagerung erlaubt !!})$$

Rissmoment:

$$M_{cr} = f_{ctm} \cdot W = 0,28 \cdot \frac{25 \cdot 50^2}{6} \cdot \frac{1}{100} = 30,27 \text{ kNm}$$

⇒ Querschnitt gerissen

Stahlspannung im Zustand II

$$\alpha_s = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{200000}{33000} = 6,06$$

$$x_{II} = \frac{\alpha_s \cdot A_{st}}{b} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2L_{bd}}{\alpha_s \cdot A_{st}}} \right) = \frac{6,06 \cdot 12,57}{25} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 25 \cdot 45}{6,06 \cdot 12,57}} \right) = 13,79 \text{ cm}$$

$$z_{II} = d - \frac{x_{II}}{3} = 45 - \frac{13,79}{3} = 40,40 \text{ cm}$$

$$\sigma_{sII} = \frac{M}{z_{II} \cdot A_{st}} = \frac{120,49}{40,4 \cdot 12,57} = 23,74 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$



Grenzdurchmesser Tabelle 8 B 1992-17

$$20 \text{ hN/cm}^2 : w_u = 0,3 \Rightarrow \phi_{gr,u} = 26 \text{ mm}$$

$$29 \text{ hN/cm}^2 : w_k = 0,3 \Rightarrow \phi_{gr,d} = 18 \text{ mm}$$

$$\phi_s^* = \frac{6 \cdot w_k \cdot \overset{= f_{ct,d}}{\sigma_{ct}^2} \cdot E_s}{237,4^2} = \frac{6 \cdot 0,3 \cdot 29 \cdot 200000}{237,4^2} = 19,50 \text{ mm}$$

$$\phi_s = \max \left\{ \begin{array}{l} \phi_s^* \cdot \frac{\sigma_{st}^2 \cdot A_s}{4 \cdot (h-d) \cdot b \cdot 2,9} = 19,5 \cdot \frac{237,4 \cdot 1254}{4 \cdot (500-450) \cdot 250 \cdot 2,9} = 39,02 \text{ mm} \\ \phi_s^* \cdot \frac{f_{ct,d}}{2,9} = 19,50 \text{ mm} \end{array} \right.$$

$$\phi_{vorh} = 20 \text{ mm} \leq 39,02 \text{ mm} = \phi_{granz}$$

Nachweis erbracht!