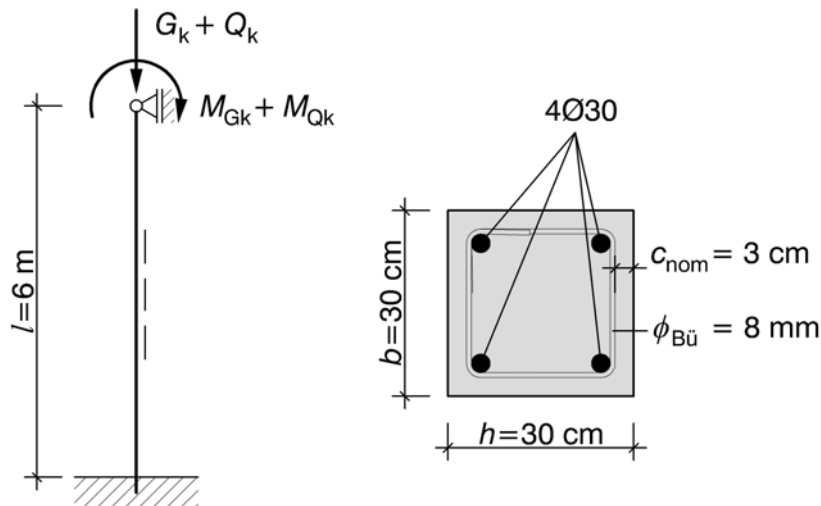


Beispiel 1: Stützenbemessung

geg.:



Eine am Fußpunkt eingespannte und am Stützenkopf seitlich gehaltene Stütze wird durch eine vertikale Kraft und ein Stützenkopfmoment beansprucht. Die Belastung, die Abmessungen der Stütze sowie deren Bewehrung sind gegeben.

Belastung: ständige Einwirkung:

$$G_k = 600 \text{ kN}; \quad M_{Gk} = 90 \text{ kNm}$$

veränderliche Einwirkung (Nutzlast):

$$Q_k = 300 \text{ kN}; \quad M_{Qk} = 45 \text{ kNm}; \quad \psi_2 = 0,3$$

Baustoffe: Beton: **C30/37**

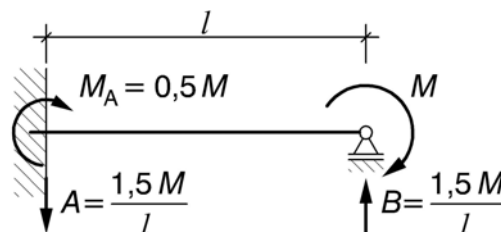
Betonstahl: **B 550 B**


Endkriechzahl: $\varphi_\infty = 2,5$

ges.: Ist die gegebene Stützenlängsbewehrung von 4Ø30 für die Erfüllung der Stützen-tragfähigkeit ausreichend?

Anmerkungen:

- Hilfestellung für die Berechnung des Momentenverlaufes nach Theorie I. Ordnung:



Betonbau 1 - Übung	1. Übungsklausur	Seite
Name:	24. April 2017	2/4
<ul style="list-style-type: none"> • Das Eigengewicht der Stütze ist bereits in G_k berücksichtigt. • Wenden Sie das Nennkrümmungsverfahren für die Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung an. Das Grenzschlankheitskriterium ($\lambda_{lim} \leq \lambda$?) muss <u>nicht</u> kontrolliert werden. • Für die Bestimmung der Knicklänge l_0 sollte gemäß ÖNORM B 1992-1-1 der bezogene Einspanngrad k nicht kleiner als mit 0,2 angesetzt werden! • Für die Bestimmung der effektiven Kriechzahl φ_{ef} dürfen die Momente am Stützenkopf herangezogen werden (daher an dieser Stelle ohne Einfluss der Imperfektion). 		
 <p>Massivbau & Brückenbau</p>	<p>LEOPOLD-FRANZENS-UNIVERSITÄT INNSBRUCK Institut für Konstruktion und Materialwissenschaften AB Massivbau und Brückenbau</p>	<p>April 2017</p>

Name:

24. April 2017

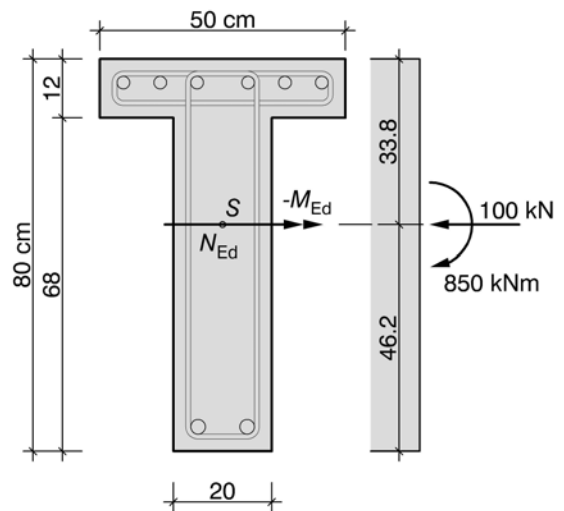
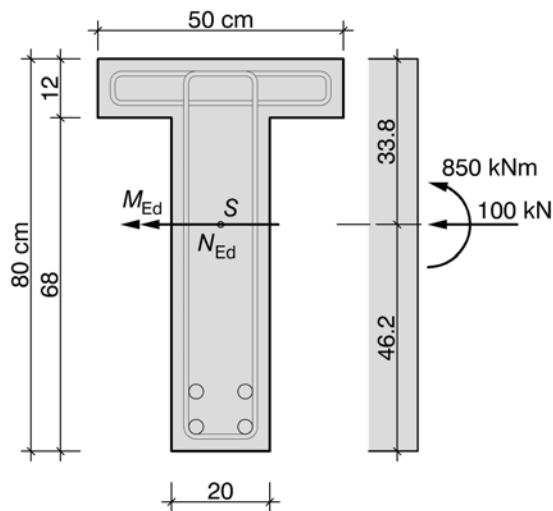
3/4

Beispiel 2: Plattenbalken

geg.:

Feldquerschnitt $M_{Ed} = 850 \text{ kNm}$; $N_{Ed} = -100 \text{ kN}$

Stützquerschnitt $M_{Ed} = -850 \text{ kNm}$; $N_{Ed} = -100 \text{ kN}$



Baustoffe: Beton: **C30/37 XC1**

Betonstahl: **B 550 B**

ges.: Erforderliche Biegebewehrung im Feld- und Stützquerschnitt.

Anmerkungen:

- Bei der Bemessung des Feldquerschnitts verwenden Sie für die Spannungs-Dehnungsbeziehung des Betons den Spannungsblock.
- Bei der Bemessung des Stützquerschnitts verwenden Sie für die Spannungs-Dehnungsbeziehung des Betons das Parabel-Rechteckdiagramm.
- Die Mindestbiegebewehrung $A_{s,min}$ braucht nicht kontrolliert werden.
- Kontrollieren Sie jedoch die ausreichende Betondeckung und die lichten Mindeststababstände der gewählten Biegebewehrung.

Name:

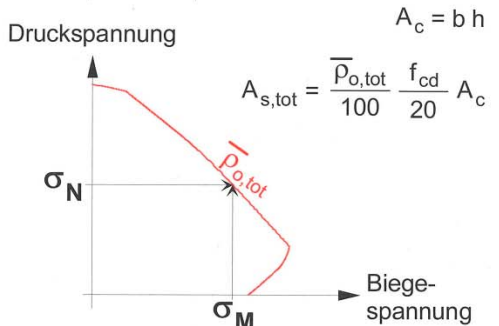
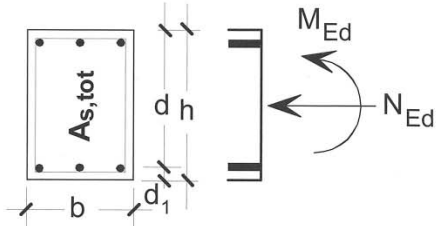
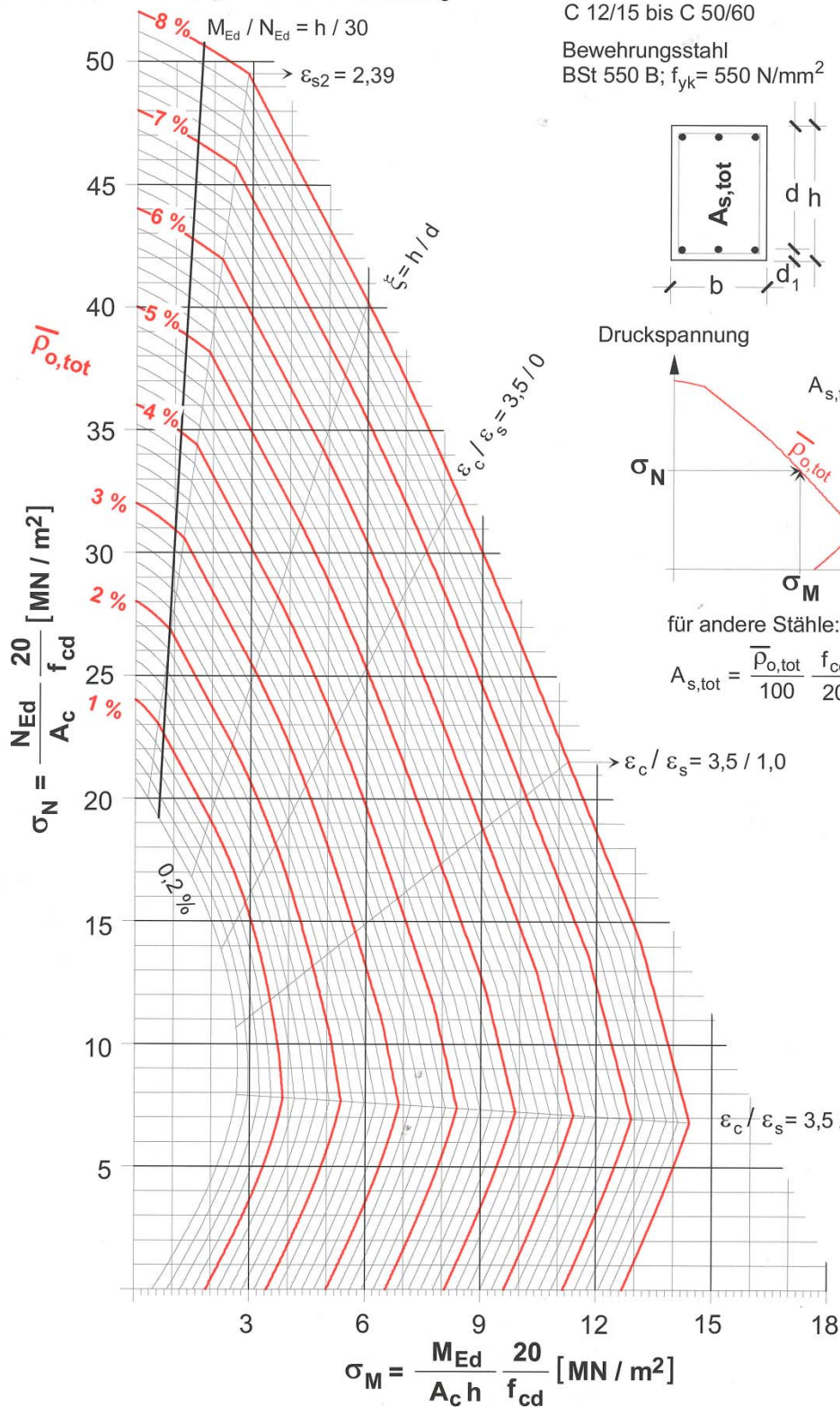
Anlage zu Beispiel 1: MN-Interaktionsdiagramm

Rechteckquerschnitt, symmetrische Bewehrung

Beton
C 12/15 bis C 50/60

Bewehrungsstahl
BSt 550 B; $f_{yk} = 550 \text{ N/mm}^2$

$$\frac{d_1}{h} = 0,175$$



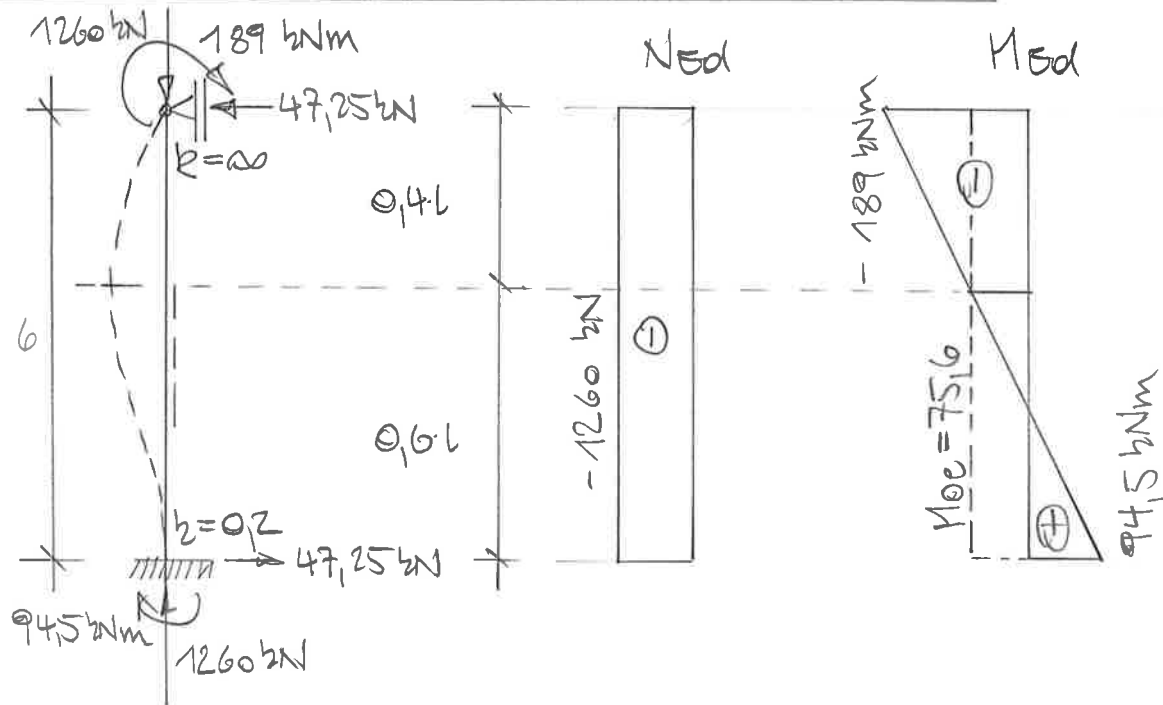
für andere Stähle:

$$A_{s,tot} = \frac{\bar{\rho}_{o,tot}}{100} \frac{f_{cd}}{20} \frac{478}{f_{yd}} A_c$$

Beton	$\frac{20}{f_{cd}}$
C 20/25	1,50
C 25/30	1,20
C 30/37	1,00
C 40/50	0,75
C 50/60	0,60

BEISPIEL 1 — STÜTZENBEMESSUNG

SCHNITTGRÖßEN NACH THEORIE 5. ORDNUNG IM GBT



$$N_{Ed} = 1,35 \cdot 600 + 1,5 \cdot 300 = 1260 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 1,35 \cdot 90 + 1,5 \cdot 45 = 189 \text{ kNm}$$

$$M_{A,Ed} = \frac{1}{2} \cdot 189 = 94,5 \text{ kNm}$$

$$H_{A,Ed} = 1,5 \cdot 189 \cdot \frac{1}{6} = 47,25 \text{ kN}$$

KNICKLÄNGE UND SCHLANKHEIT

ausgesteiftes Bauteil mit $h_1 = \infty$ und $h_2 = 0,2$

$$l_0 = 0,5 \cdot l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{h_1}{0,45 + h_1}\right) \left(1 + \frac{h_2}{0,45 + h_2}\right)} =$$

$$= 0,5 \cdot 6 \cdot \sqrt{\left(1 + 1\right) \left(1 + \frac{0,2}{0,65}\right)} = 0,809 \cdot 6 \text{ m} = \underline{\underline{4,85 \text{ m}}}$$

$(0,7 \leq 0,809 \leq 1,0 \checkmark \text{ plausibel})$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0}{h} \cdot \sqrt{12} = \frac{4,85}{30} \cdot \sqrt{12} = \underline{\underline{56}}$$

ERSATZMOMENT UND IMPERFEKTION

$$M_{oe} = \max \left\{ \begin{array}{l} |0,6 \cdot M_2 + 0,4 \cdot M_1| \\ |0,4 M_2| \end{array} \right\} =$$

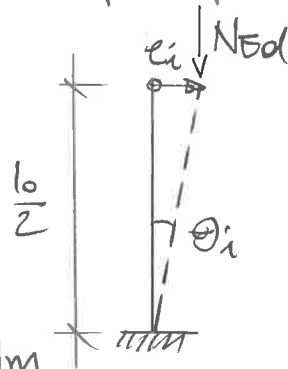
$$= \max \left\{ \begin{array}{l} |0,6(-189) + 0,4 \cdot 94,5| = 75,6 \text{ kNm} \\ |0,4 \cdot (-189)| = 75,6 \text{ kNm} \end{array} \right\} = \underline{\underline{75,6 \text{ kNm}}}$$

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha h \quad \theta_0 = \frac{1}{200} \quad \alpha h = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = 0,816$$

$$\theta_i = \frac{1}{200} \cdot 0,816 = \frac{1}{245}$$

$$e_i = \theta_i \cdot \frac{l_0}{2} = \frac{485}{2 \cdot 245} = 0,99 \text{ cm}$$

$$M_i = N_{ed} \cdot e_i = 1260 \cdot 0,0099 = \underline{\underline{12,5 \text{ kNm}}}$$



$$M_{oed} = M_{oe} + M_i = 75,6 + 12,5 = \underline{\underline{88,1 \text{ kNm}}}$$

EFFEKTIVE KRIECHANL

$$\varphi_{ef} = \varphi_{\infty} \cdot \frac{M_{oed, qp}}{M_{oed}} = 2,5 \cdot \frac{103,5}{189} = \underline{\underline{1,37}}$$

Momentenverhältnis darf an der Stelle des größten Momentes bestimmt werden (\rightarrow Stützauflage)

$$M_{oed, qp} = 90 + 0,3 \cdot 45 = 103,5 \text{ kNm}$$

$$M_{oed} = 189 \text{ kNm (am Stützauflage)}$$

BESTIMMUNG DER NENNKRÜMMUNG UND DER AUSMITTE e_2

$$\beta = 0,35 + \frac{f_{cr}}{200} - \frac{1}{150} = 0,35 + \frac{30}{200} - \frac{56}{150} = 0,1267$$

$$K_{\varphi} = 1 + \beta \cdot \varphi_{ef} = 1 + 0,1267 \cdot 1,37 = \underline{\underline{1,17}}$$

$$m = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1260}{30^2 \cdot 2} = 0,7$$

$$A_s = 4 \cdot \frac{3^2 \cdot \pi}{4} = 28,27 \text{ cm}^2 \quad d_1 = 3 + 0,8 + 1,5 = 5,3 \text{ cm}$$
$$d = 30 - 5,3 = 24,7 \text{ cm}$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{28,27 \cdot 47,8}{30^2 \cdot 2} = 0,75$$

$$m_u = 1 + \omega = 1,75 \quad m_{bal} = 0,4$$

$$K_r = \frac{m_u - m}{m_u - m_{bal}} = \frac{1,75 - 0,7}{1,75 - 0,4} = \underline{\underline{0,778}}$$

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45 \cdot d} = \frac{2,39 \cdot 10^{-3}}{0,45 \cdot 0,247} = \underline{\underline{0,0215}} \frac{1}{m}$$

$$\frac{1}{r} = K_r \cdot K_{\varphi} \cdot \frac{1}{r_0} = 0,778 \cdot 1,17 \cdot 0,0215 = \underline{\underline{0,0196}} \frac{1}{m}$$

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{c} = 0,0196 \cdot \frac{4,85^2}{10} = \underline{\underline{0,046}} m$$

$$M_2 = N_{Ed} \cdot e_2 = 1260 \cdot 0,046 = \underline{\underline{58,2}} \text{ kNm}$$

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 = 88,1 + 58,2 = \underline{\underline{146,3}} \text{ kNm}$$

$$\boxed{146,3 < 189 \text{ kNm}} \Rightarrow \text{Stützenkopfmoment maßgebend!}$$

BEMESSUNGSSCHNITTGRÖßEN

$$M_{ed} = 189 \text{ kNm} \quad N_{ed} = -1260 \text{ kN}$$

$$\bar{\sigma}_N = \frac{N_{ed}}{A_c} \cdot \frac{z_0}{j_{cd}} = \frac{1,26 \text{ MN}}{0,3^2 \text{ m}^2} = \underline{\underline{14 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}}}$$

$$\bar{\sigma}_M = \frac{M_{ed}}{A_c \cdot h} \cdot \frac{z_0}{j_{cd}} = \frac{0,189 \text{ MNm}}{0,3^2 \cdot 0,3 \text{ m}^3} = \underline{\underline{7 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2}}}$$

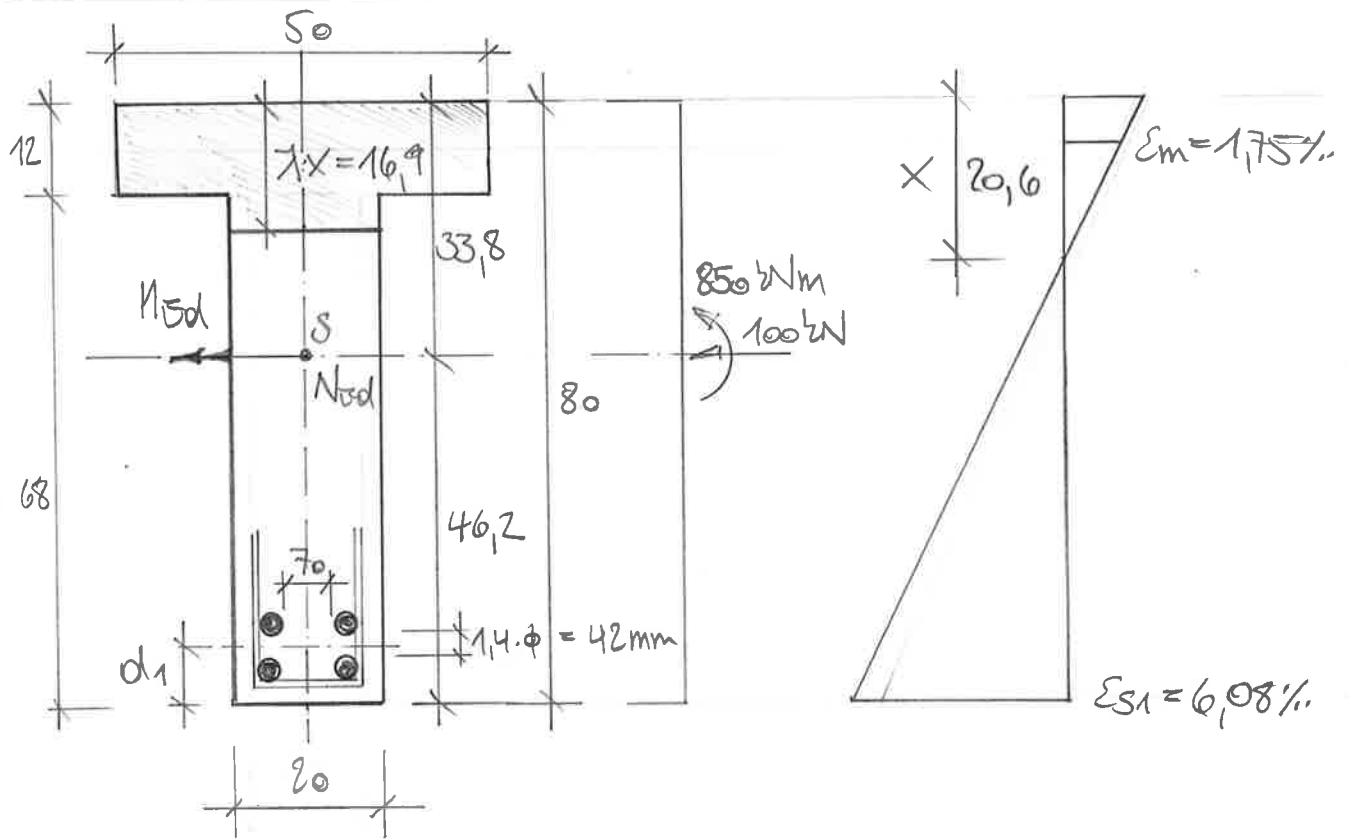
$$\rho_{s,tot,erf} = 3,8\% \quad (\text{aus Diagramm } \frac{\sigma_{11}}{h} = 0,175 \approx \frac{5,3}{30} = 0,1767)$$

$$A_{s,tot,erf} = \frac{3,8}{100} \cdot 30^2 = \underline{\underline{34,2 \text{ cm}^2}} > A_{s,tot,roh} = 28,27 \text{ cm}^2 \quad \Downarrow$$

⇒ TRAGFÄHIGKEIT IST NICHT GEGEBEN!

BEISPIEL 2

FELDQUERSCHNITT



MATERIALKENNWERTE

C30/37: $f_{cd} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ N/mm}^2$ $\epsilon_{cu3} = 3,5\%$ $\epsilon_{cs} = 1,75\%$
 $f_{ctm} = 2,9 \text{ N/mm}^2$

B550: $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{550}{1,15} = 478 \text{ N/mm}^2$ $\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = 2,39\%$

ANNAHME NUTZHOHE:

Ann.: $C_{nom} = 2,5 \text{ cm}$ $\phi_{3n} = 10 \text{ mm}$ $\phi = 30 \text{ mm}$ 2. Lagen

$$\Rightarrow d_1 = 2,5 + 1 + 3 + \frac{1}{2} (1,4 \cdot 3) = 8,6 \text{ cm}$$

$$d = 80 \text{ cm} - 8,6 \text{ cm} = \underline{71,4 \text{ cm}}$$

$$s_{s1} = 46,2 - 8,6 = 37,6 \text{ cm}$$

ANNAHME: SPANNUNGSBLOCK IM GURT

$$M_{\text{Eds}} = M_{\text{Ed}} - N_{\text{Ed}} \cdot z_{\text{SM}} = 850 + 100 \cdot 0,376 = 887,6 \text{ kNm}$$

$$\mu_{\text{Eds,R}} = \frac{M_{\text{Eds}}}{b_f \cdot d^2 \cdot \eta \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{88760}{50 \cdot 71,4^2 \cdot 1,2} = 0,174$$

$$\xi_R = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_{\text{Eds,R}}} \right) = 0,904$$

$$\lambda \cdot \xi_R = \frac{\mu_{\text{Eds,R}}}{\xi_R} = 0,193$$

Höhe Spannungsblock: $\lambda \cdot \xi_R \cdot d = 0,193 \cdot 71,4 = 13,76 \text{ cm}$

$13,8 \text{ cm} > h_f = 12 \text{ cm} \Rightarrow$ Annahme war falsch!

BEMESSUNG ALS PLATTENBALKEN

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Eds,P}} &= \frac{M_{\text{Eds}} - \eta \cdot f_{\text{cd}} \cdot (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot (d - 0,5 \cdot h_f)}{b_w \cdot d^2 \cdot \eta \cdot f_{\text{cd}}} = \\ &= \frac{88760 - 1,2 \cdot (50 - 20) \cdot 12 \cdot (71,4 - 6)}{20 \cdot 71,4^2 \cdot 1,2} = 0,204 \end{aligned}$$

$$\xi_P = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_{\text{Eds,P}}} \right) = 0,884$$

$$\xi_P = \frac{\mu_{\text{Eds,P}}}{\lambda \cdot \xi_P} = \frac{0,204}{0,8 \cdot 0,884} = 0,289$$

$$x = \xi_P \cdot d = 20,6 \text{ cm}$$

DEHNUNG IN DER BIEGEBUCHEBEWEHRUNG

$$\epsilon_m = \frac{\epsilon_{cs}}{x} \left(x - \frac{h_f}{2} \right) = \frac{3,5\%}{20,6} (20,6 - 6) = 2,5\% > \epsilon_{cs} = 1,75\%$$

$$\epsilon_{s1} = \frac{\epsilon_{cs}}{x - \frac{h_f}{2}} (d - x) = \frac{1,75\%}{20,6 - 6} (71,4 - 20,6) = 6,08\%$$

$$\epsilon_{s1} \geq \epsilon_{yd} \Rightarrow \sigma_{s1d} = f_{yd}$$

ERFORDERLICHE BIEGEBUCHEBEWEHRUNG

$$A_{s1,erf} = \frac{1}{\sigma_{s1d}} \left(\eta \cdot f_{cd} (b_w \cdot \lambda \cdot x + (b_f - b_w) \cdot h_f) + N_{Ed} \right)$$

$$= \frac{1}{47,8} \left(1,2 \cdot (20 \cdot 0,8 \cdot 20,6 + (50 - 20) \cdot 12) - 100 \right) =$$

$$= \underline{\underline{26,8 \text{ cm}^2}}$$

gewählt: $4 \phi 30 = 28,3 \text{ cm}^2 \geq 26,8 \text{ cm}^2$

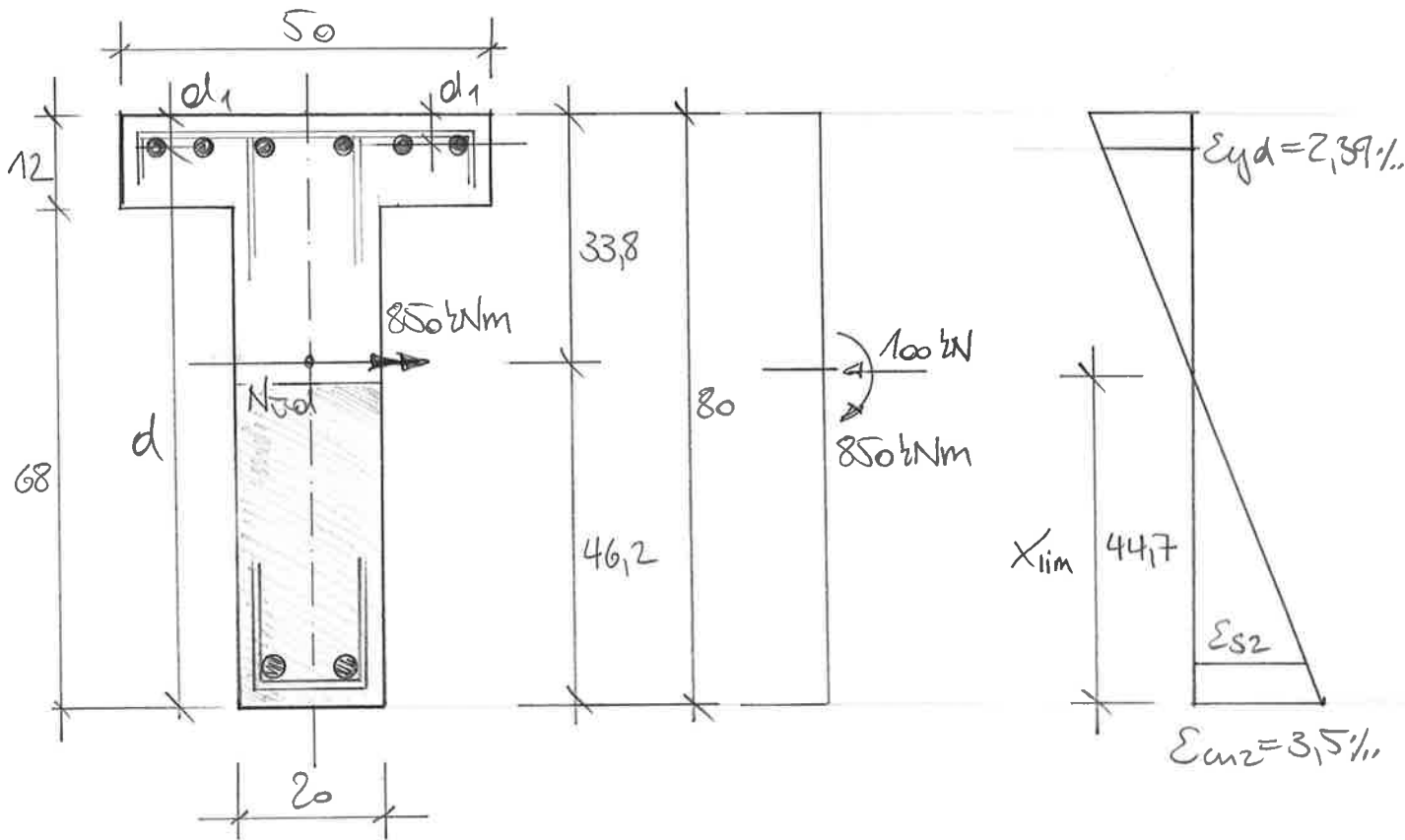
BETONDECKUNG UND STABABSTÄNDE

$$c_{nom} = \max \left\{ \begin{array}{l} c_{min,b} \\ c_{min,dur} \end{array} \right\} + \Delta c_{dev} = \max \left\{ \begin{array}{l} 30 \\ 15 \end{array} \right\} + 5 = 35 \text{ mm} \geq 25 + 10 = 35 \text{ mm}$$

$$a_{min,h} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1,4 \cdot \phi = 1,4 \cdot 30 = \underline{\underline{42 \text{ mm}}} \geq 200 - 2(25 + 10 + 30) = \underline{\underline{70 \text{ mm}}} \\ d_g = 22 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{array} \right.$$

$$a_{min,v} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1,4 \cdot \phi = \underline{\underline{42 \text{ mm}}} \geq 42 \text{ mm} \\ d_g + 10 = 32 \text{ mm} \\ 20 \end{array} \right.$$

STÜTZQUERSCHNITT



ANNAHME NUTZHÖHE

Ann.: $c_{nom} = 2,5 \text{ cm}$ $\phi_{gr} = 10 \text{ mm}$ $\phi = 26 \text{ mm}$

$$\Rightarrow d_1 = 2,5 + 1 + \frac{1}{2} \cdot 26 = 4,8 \text{ cm}$$

$$d = 80 \text{ cm} - 4,8 = 75,2 \text{ cm}$$

$$z_{s1} = 33,8 - 4,8 = 29 \text{ cm}$$

BEMESSUNG MIT DEM PARABEL-RECHTECK-DIAGRAMM

$$M_{eds} = M_{ed} - N_{ed} \cdot z_{s1} = 850 + 100 \cdot 0,29 = 879 \text{ kNm}$$

$$\mu_{eds} = \frac{M_{eds}}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{87900}{20 \cdot 75,2^2 \cdot 2} = 0,389$$

$0,389 > 0,362 \Rightarrow$ DRUCKBEWEHRUNG ERFORDERLICH!

$$M_{Eds,lim} = M_{Eds,lim} \cdot \omega \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

$$= 0,362 \cdot 20 \cdot 75,2^2 \cdot 2 = \underline{\underline{81885 \text{ kNm}}}$$

$$x_{lim} = \frac{\epsilon_{uz}}{\epsilon_{uz} + \epsilon_{yd}} \cdot d = \frac{3,5\%}{3,5\% + 2,39\%} \cdot 75,2 = 44,7 \text{ cm}$$

$$z_{lim} = d - \eta \cdot x_{lim} = 75,2 - \frac{99}{238} \cdot 44,7 = 56,6 \text{ cm}$$

$$A_{s1,1} = \frac{1}{f_{yd}} \left(\frac{M_{Eds,lim}}{z_{lim}} + N_{Ed} \right)$$

$$= \frac{1}{47,8} \left(\frac{81885}{56,6} - 100 \right) = \underline{\underline{28,17 \text{ cm}^2}}$$

$$\Delta M_{Eds} = M_{Eds} - M_{Eds,lim} = 87900 - 81885 = \underline{\underline{6015 \text{ kNm}}}$$

$$d_2 = 5 \text{ cm} \quad \epsilon_{s2} = \frac{3,5\%}{44,7} (44,7 - 5) = 3,1\% \geq 2,39\%$$

$$\sigma_{s2d} = f_{yd}$$

$$A_{s1,2} = A_{s1,2} = \frac{\Delta M_{Eds}}{(d - d_2) \cdot f_{yd}} = \frac{6015}{(75,2 - 5) \cdot 47,8} = \underline{\underline{1,79 \text{ cm}^2}}$$

$$A_{s1} = A_{s1,1} + A_{s1,2} = \underline{\underline{30 \text{ cm}^2}}$$

BIEGESTABBEWEHRUNG:

$$6 \phi 26 = 31,8 \text{ cm}^2 > 30 \text{ cm}^2$$

BIEGESTABBEWEHRUNG:

$$2 \phi 30 = 14,1 \text{ cm}^2 > 1,8 \text{ cm}^2$$

aus Feldquerschnitt über den Stützquerschnitt geführt.

BETONDECKUNG UND STABABSTÄNDE DER BIEGEZUGBEWEHRUNG

$$c_{nom} = \max \left\{ \begin{array}{l} c_{min,b} \\ c_{min,d} \end{array} \right\} + \Delta c_{dev} = \max \left\{ \begin{array}{l} 26 \\ 15 \end{array} \right\} + 5 = 31 \text{ mm}$$

$$31 \text{ mm} \Rightarrow 25 + 8 = 33 \text{ mm}$$

↳ auch mit $3\bar{a} \phi 8$ lässt sich Betondeckung der Längsbewehrung sicherstellen.

$$a_{min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1,4 \cdot 26 = \underline{\underline{36}} \text{ mm} \\ d_g = 22 \text{ mm} \\ 20 \end{array} \right\} \leq a_{vorh} = \frac{1}{5} (500 - 2(25 + 8) - 6 \cdot 26) = 55,6 \text{ mm}$$