Tobias Hell

Bericht zum Forschungsaufenthalt an der ENS Cachan Bretagne 16. bis 21. Dezember 2011

gefördert vom Frankreich-Schwerpunkt
der Universität Innsbruck
im Zuge des Antrags Nr. 1263

Während meines Aufenthaltes vom 16. bis 21. Dezember in Rennes habe ich größtenteils mit Dr. Katharina Schratz an Regularitätsfragen betreffend der Lösung *elliptischer Randwertprobleme in rechteckigen Gebieten* gearbeitet. Insbesondere die Expertise von Kooperationspartner Prof. Dr. Erwan Faou konnte uns dabei an entscheidender Stelle weiterhelfen.

Die Resultate dieser Kooperation sollen demnächst unter dem Titel „*Compatibility conditions for the Dirichlet problem of a strictly elliptic operator on a rectangle*“ veröffentlicht werden. Es folgt eine kurze Beschreibung der Problemstellung.

Für ein Gebiet $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ mit $\mathcal{C}^\infty$-Rand $\partial\Omega$ besagt das Shift Theorem, dass zu jeder gegebenen Funktion $f \in H^k(\Omega)$, $k \in \mathbb{N}$, die Lösung von

$$\left[\begin{array}{ll} Lu = f & \text{in } \Omega\,, \\ u|_{\partial\Omega} = 0\,, & \end{array}\right. \tag{DP}$$

dem homogenen Dirichletproblem des strikt ellpitischen Differentialoperators

$$L = \partial_x (a\partial_x) + \partial_y (b\partial_y)$$

mit $a, b \in \overline{\mathcal{C}}^\infty(\Omega)$, in $H^{k+2}(\Omega)$ liegt.

Ist jedoch Ω ein Gebiet mit Ecken. so ist diese Aussage im Allgemeinen nicht mehr wahr. Exemplarisch nenne ich folgenden Satz, den wir im Zuge der Forschungskooperation beweisen konnten, er gibt hinreichende und notwendige Bedingungen für den Fall $\Omega = (0,1)^2$ und $k = 2$.

Satz. Für eine gegebene Funktion $f \in H^2(\Omega)$ liegt die Lösung von (DP) genau dann in $H^4(\Omega)$, wenn $f|_V = 0$, wobei V die Menge der Ecken von Ω bezeichnet.

Innsbruck am 3. März 2012,

T. Hell

Tobias Hell