universität innsbruck


# Hypothesentests: $\mathbb{F}$-Tests

Grundlagen der Ökonometrie

herbert.stocker@uibk.ac.at

www.hsto.info/econometrics

# $\mathtt{F}$-Tests

- Bisher wurde eine einzelne lineare Hypothese mittels $\mathrm{t}$-Test getestet.
- Es können auch mehrere lineare Hypothesen *simultan* getestet werden $\rightarrow$ $\mathrm{F}$-Test

# $\mathtt{F}$-Tests

- Bisher wurde eine einzelne lineare Hypothese mittels $\mathrm{t}$-Test getestet.
- Es können auch mehrere lineare Hypothesen *simultan* getestet werden $\rightarrow \mathrm{F}$-Test
  - $\mathrm{F}$-total-Statistik: *simultane* Signifikanz aller *Steigungs*koeffizienten
  - allgemeine $\mathrm{F}$-Tests: beliebige lineare Tests
  - Chow-Tests auf Strukturbruch: stammen zwei Teilgruppen aus der gleichen Grundgesamtheit?

# $\mathtt{F}$-Tests

- Bisher wurde eine einzelne lineare Hypothese mittels $\mathrm{t}$-Test getestet.
- Es können auch mehrere lineare Hypothesen *simultan* getestet werden
  $\rightarrow \mathrm{F}$-Test
  - $\mathrm{F}$-total-Statistik: *simultane* Signifikanz aller *Steigungs*koeffizienten
  - allgemeine $\mathrm{F}$-Tests: beliebige lineare Tests
  - Chow-Tests auf Strukturbruch: stammen zwei Teilgruppen aus der gleichen Grundgesamtheit?
- alles bisher Gesagte zu Tests bleibt gültig!
  ($p$-Werte, Neyman-Pearson mit Typ I & Typ II Fehler, Power, ...)

# $\mathbb{F}$-total-Statistik

- ein Test auf *gemeinsame* Signifikanz *aller Steigungs*koeffizienten

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \cdots \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$$

# $\mathbb{F}$-total-Statistik

- ein Test auf *gemeinsame* Signifikanz *aller Steigungs*koeffizienten

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \cdots \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$$

- Startpunkt: Varianzzerlegung

$$\underbrace{\sum (y_i - \bar{y})^2}_{\text{TSS}} = \underbrace{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}_{\text{ESS}} + \underbrace{\sum \hat{\varepsilon}_i^2}_{\text{SSR}}$$

# $\mathrm{F}$-total-Statistik

- ein Test auf *gemeinsame* Signifikanz *aller Steigungs*koeffizienten

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \cdots \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$$

- Startpunkt: Varianzzerlegung

$$\underbrace{\sum (y_i - \bar{y})^2}_{\text{TSS}} = \underbrace{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}_{\text{ESS}} + \underbrace{\sum \hat{\varepsilon}_i^2}_{\text{SSR}}$$

- Ergebnis der theoretischen Statistik:
  das Verhältnis zweier *unabhängig* $\chi^2$-verteilten ZV ($V_1, V_2$), jeweils dividiert durch die Freiheitsgrade ($\nu_1, \nu_2$), ist $\mathrm{F}$-verteilt:

$$F = \frac{V_1/\nu_1}{V_2/\nu_2} \sim \mathrm{F}_{\nu_1,\nu_2}$$

# $\mathbb{F}$-total-Statistik

- **ANOVA-Tafel** (*'ANalysis Of VAriance Table'*)

| | Sum of Squares | df | Mean Square |
|---|---|---|---|
| Regression | ESS | $k-1$ | ESS/$(k-1)$ |
| Residuen | SSR | $n-k$ | SSR/$(n-k)$ |
| Total | TSS | $n-1$ | |

# $\mathrm{F}$-total-Statistik

- **ANOVA-Tafel** (*'ANalysis Of VAriance Table'*)

| | Sum of Squares | df | Mean Square |
|---|---|---|---|
| Regression | ESS | $k-1$ | ESS/$(k-1)$ |
| Residuen | SSR | $n-k$ | SSR/$(n-k)$ |
| Total | TSS | $n-1$ | |

- $\mathrm{H}_0: \ \beta_2 = \beta_3 = \cdots = \beta_k = 0$

  d.h. wenn $\mathrm{H}_0$ wahr: $y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon \ = \ \beta_1 + \varepsilon$

# $\mathrm{F}$-total-Statistik

- **ANOVA-Tafel** (*'ANalysis Of VAriance Table'*)

| | Sum of Squares | df | Mean Square |
|---|---|---|---|
| Regression | ESS | $k-1$ | ESS/$(k-1)$ |
| Residuen | SSR | $n-k$ | SSR/$(n-k)$ |
| Total | TSS | $n-1$ | |

- $\mathrm{H}_0: \ \beta_2 = \beta_3 = \cdots = \beta_k = 0$

  d.h. wenn $\mathrm{H}_0$ wahr: $y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon \ = \ \beta_1 + \varepsilon$

- Also

$$F = \frac{\frac{\text{ESS}}{k-1}}{\frac{\text{SSR}}{n-k}} \overset{\mathrm{H}_0}{\sim} \mathrm{F}(k-1, n-k)$$

# $\mathbb{F}$-total-Statistik

- Empirische Teststatistik:

$$F^{\text{emp}} = \frac{\frac{\text{ESS}}{k-1}}{\frac{\text{SSR}}{n-k}}$$

# $F$-total-Statistik

- Empirische Teststatistik:

$$F^{\text{emp}} = \frac{\frac{\text{ESS}}{k-1}}{\frac{\text{SSR}}{n-k}}$$

- Wenn gemeinsamer Erklärungsbeitrag der Regressoren gering (groß): ESS$/(k-1)$ klein (groß) im Verhältnis zu SSR$/(n-k) \;\Rightarrow\; F^{\text{emp}}$ klein (groß) !

# $F$-total-Statistik

- Empirische Teststatistik:
$$F^{\text{emp}} = \frac{\frac{\text{ESS}}{k-1}}{\frac{\text{SSR}}{n-k}}$$
- Wenn gemeinsamer Erklärungsbeitrag der Regressoren gering (groß):
ESS$/(k-1)$ klein (groß) im Verhältnis zu SSR$/(n-k)$ $\Rightarrow$ $F^{\text{emp}}$ klein (groß) !

# $\mathrm{F}$-total-Statistik

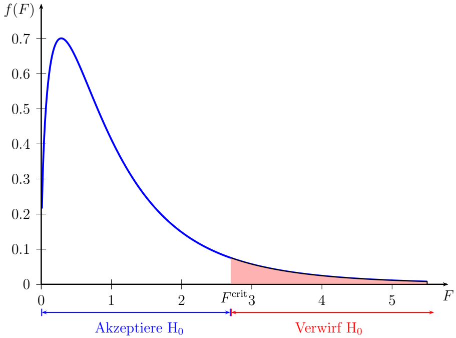
- Empirische Teststatistik:

$$F^{\text{emp}} = \frac{\frac{\text{ESS}}{k-1}}{\frac{\text{SSR}}{n-k}}$$

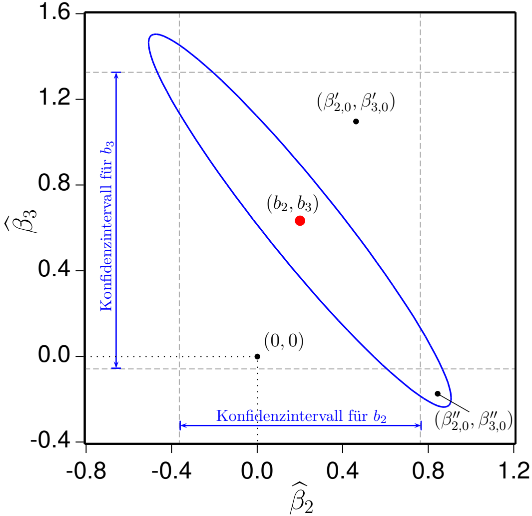
- Wenn gemeinsamer Erklärungsbeitrag der Regressoren gering (groß): ESS$/(k-1)$ klein (groß) im Verhältnis zu SSR$/(n-k)$ $\Rightarrow$ $F^{\text{emp}}$ klein (groß) !

Autobeispiel:

| | Preis |
|---|---|
| Constant | $22\,692.730^{***}$ |
| | $(310.012)$ |
| Alter | $-2\,017.964^{***}$ |
| | $(175.375)$ |
| km | $-0.023^{***}$ |
| | $(0.006)$ |
| Observations | 60 |
| $R^2$ | 0.929 |
| F Statistic | $371.300^{***}$ (df = 2; 57) |
| p-value | $<$ 2.2e-16 |
| *Note:* | $^{*}$p$<$0.1; $^{**}$p$<$0.05; $^{***}$p$<$0.01 |



**Einzelhypothesen vs. gemeinsame Hypothese:** (Konfidenzellipse)



# $\mathbb{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

- Geschachtelte Hypothesen (*‘nested tests’*): Vergleich zweier Modelle, wobei eines *durch lineare Parameterrestriktionen* in das andere übergeführt werden kann.

# $\mathbb{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

- Geschachtelte Hypothesen (*'nested tests'*): Vergleich zweier Modelle, wobei eines *durch lineare Parameterrestriktionen* in das andere übergeführt werden kann.
- Nullhypothese: lineare Parameterrestriktion(en), z.B. für

  PRF: $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$

# $\mathbb{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

- Geschachtelte Hypothesen (*‘nested tests’*): Vergleich zweier Modelle, wobei eines *durch lineare Parameterrestriktionen* in das andere übergeführt werden kann.
- Nullhypothese: lineare Parameterrestriktion(en), z.B. für

  PRF: $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$
  - $\mathrm{H}_0: \quad \beta_2 = 0$ und $\beta_3 = 0$
    restricted: $\Rightarrow \; y_i = \beta_1 + \varepsilon_i, \qquad (q = 2)$

# $\mathbb{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

- Geschachtelte Hypothesen (*‘nested tests’*): Vergleich zweier Modelle, wobei eines *durch lineare Parameterrestriktionen* in das andere übergeführt werden kann.
- Nullhypothese: lineare Parameterrestriktion(en), z.B. für

  PRF: $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$
  - $\mathrm{H}_0: \quad \beta_2 = 0$ und $\beta_3 = 0$
    restricted: $\Rightarrow\ y_i = \beta_1 + \varepsilon_i, \qquad (q = 2)$
  - $\mathrm{H}_0:\ \beta_2 = \beta_3$ $(q = 1)$
    restricted: $y = \widehat{\beta}_1^* + \widehat{\beta}_2^*\,(x_2 + x_3) + \hat{\varepsilon}^*, \qquad (q = 1)$

# $\mathrm{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

- Geschachtelte Hypothesen (*'nested tests'*): Vergleich zweier Modelle, wobei eines *durch lineare Parameterrestriktionen* in das andere übergeführt werden kann.
- Nullhypothese: lineare Parameterrestriktion(en), z.B. für

  PRF: $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$
  - $\mathrm{H}_0: \quad \beta_2 = 0$ und $\beta_3 = 0$
    restricted: $\Rightarrow \; y_i = \beta_1 + \varepsilon_i, \qquad (q = 2)$
  - $\mathrm{H}_0: \; \beta_2 = \beta_3$ ($q = 1$)
    restricted: $y = \widehat{\beta}_1^* + \widehat{\beta}_2^* \left(x_2 + x_3\right) + \hat{\varepsilon}^*, \qquad (q = 1)$
  - $\mathrm{H}_0: \; \beta_2 + \beta_3 = 1$
    restricted: $y - x_3 = \widehat{\beta}_1^* + \widehat{\beta}_2^* (x_2 - x_3) + \hat{\varepsilon}^*, \qquad (q = 1)$

# $\mathrm{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

- Geschachtelte Hypothesen (‘*nested tests*’): Vergleich zweier Modelle, wobei eines *durch lineare Parameterrestriktionen* in das andere übergeführt werden kann.
- Nullhypothese: lineare Parameterrestriktion(en), z.B. für

  PRF: $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$
  - $\mathrm{H}_0: \quad \beta_2 = 0$ und $\beta_3 = 0$
    restricted: $\Rightarrow \; y_i = \beta_1 + \varepsilon_i, \qquad (q = 2)$
  - $\mathrm{H}_0: \; \beta_2 = \beta_3$ ($q = 1$)
    restricted: $y = \widehat{\beta}_1^* + \widehat{\beta}_2^* \, (x_2 + x_3) + \hat{\varepsilon}^*, \qquad (q = 1)$
  - $\mathrm{H}_0: \; \beta_2 + \beta_3 = 1$
    restricted: $y - x_3 = \widehat{\beta}_1^* + \widehat{\beta}_2^* (x_2 - x_3) + \hat{\varepsilon}^*, \qquad (q = 1)$
- Vergleich der SSR des ‘restringierten’ Modells (SST$_r$) mit der SSR des ‘*nicht* restringierten’ Modells (SST$_u$)

# $\mathbb{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

- Theoretische Teststatistik:

$$\hat{F} = \frac{(\mathsf{SSR}_r - \mathsf{SSR}_u)/q}{\mathsf{SSR}_u/(n-k)} \overset{\mathrm{H}_0}{\sim} \mathrm{F}_{q,n-k}$$

mit

# $\mathrm{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

- Theoretische Teststatistik:

$$\hat{F} = \frac{(\mathsf{SSR}_r - \mathsf{SSR}_u)/q}{\mathsf{SSR}_u/(n-k)} \overset{\mathrm{H}_0}{\sim} \mathrm{F}_{q,n-k}$$

  mit

  - $\mathsf{SSR}_r$: Quadratsumme der Residuen des *restringierten* Modells,

# $\mathbb{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

- Theoretische Teststatistik:

$$\hat{F} = \frac{(\mathsf{SSR}_r - \mathsf{SSR}_u)/q}{\mathsf{SSR}_u/(n-k)} \overset{\mathrm{H}_0}{\sim} \mathrm{F}_{q,n-k}$$

  mit

  - $\mathsf{SSR}_r$: Quadratsumme der Residuen des *restringierten* Modells,
  - $\mathsf{SSR}_u$: Quadratsumme der Residuen des *nicht restringierten* Modells (*‘unrestricted’*),

# $\mathrm{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

- Theoretische Teststatistik:

$$\hat{F} = \frac{(\mathsf{SSR}_r - \mathsf{SSR}_u)/q}{\mathsf{SSR}_u/(n-k)} \overset{\mathrm{H}_0}{\sim} \mathrm{F}_{q,n-k}$$

  mit

  - $\mathsf{SSR}_r$: Quadratsumme der Residuen des *restringierten* Modells,
  - $\mathsf{SSR}_u$: Quadratsumme der Residuen des *nicht restringierten* Modells (*‘unrestricted’*),
  - $q$: Zählerfreiheitsgrade, Anzahl der Restriktionen (d.h. ‘=’ Zeichen)

# $\mathrm{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

- Theoretische Teststatistik:

$$\hat{F} = \frac{(\mathsf{SSR}_r - \mathsf{SSR}_u)/q}{\mathsf{SSR}_u/(n-k)} \overset{\mathrm{H_0}}{\sim} \mathrm{F}_{q,n-k}$$

mit

  - $\mathsf{SSR}_r$: Quadratsumme der Residuen des *restringierten* Modells,
  - $\mathsf{SSR}_u$: Quadratsumme der Residuen des *nicht restringierten* Modells (*‘unrestricted’*),
  - $q$: Zählerfreiheitsgrade, Anzahl der Restriktionen (d.h. ‘=’ Zeichen)
  - $n-k$: Nennerfreiheitsgrade

# $\mathrm{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

- Theoretische Teststatistik:

$$\hat{F} = \frac{(\mathsf{SSR}_r - \mathsf{SSR}_u)/q}{\mathsf{SSR}_u/(n-k)} \overset{\mathrm{H}_0}{\sim} \mathrm{F}_{q,n-k}$$

  mit

  - $\mathsf{SSR}_r$: Quadratsumme der Residuen des *restringierten* Modells,
  - $\mathsf{SSR}_u$: Quadratsumme der Residuen des *nicht restringierten* Modells (*'unrestricted'*),
  - $q$: Zählerfreiheitsgrade, Anzahl der Restriktionen (d.h. '=' Zeichen)
  - $n-k$: Nennerfreiheitsgrade

- Große $F^{\mathsf{emp}}$ ist Evidenz gegen $\mathrm{H}_0$

  $\mathrm{H}_0$ wird verworfen, wenn $F^{\mathsf{emp}}$ in Verwerfungsbereich fällt!

# $\mathrm{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

**Beispiel:** Cobb-Douglas Produktionsfunktion $Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$, $\quad \mathrm{H}_0: \alpha = \beta$

: z.B. `anova(equ_r, equ_u)` ($\leftarrow$ equation-Objekte!)

```
cd <- read.csv("https://www.uibk.ac.at/econometrics/data/prodfunkt.csv")

eq_u <- lm(log(Q) ~ log(K) + log(L), data = cd)
eq_r <- lm(log(Q) ~ I(log(K) + log(L)), data = cd)
anova(eq_r, eq_u)

## Analysis of Variance Table
## Model 1: log(Q) ~ I(log(K) + log(L))
## Model 2: log(Q) ~ log(K) + log(L)
##   Res.Df     RSS Df Sum of Sq      F    Pr(>F)
## 1     23 1.12208
## 2     22 0.18711  1   0.93497 109.93 5.067e-10 ***
```

# $\mathrm{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

**Beispiel:** Cobb-Douglas Produktionsfunktion $Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$, $\mathrm{H}_0: \alpha = \beta$

R: Alternativ

```
library(car)
linearHypothesis(eq_u, c("log(K) = log(L)"))
##
## Linear hypothesis test
## Hypothesis:
## log(K) - log(L) = 0
##
## Model 1: restricted model
## Model 2: log(Q) ~ log(K) + log(L)
##   Res.Df     RSS Df Sum of Sq      F    Pr(>F)
## 1     23 1.12208
## 2     22 0.18711  1   0.93497 109.93 5.067e-10 ***
```

# $\mathbb{F}$ Statistiken: allgemeine lineare Restriktionen

**Beispiel:** Cobb-Douglas Produktionsfunktion $Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$, $\quad \mathrm{H}_0\colon \alpha = \beta$

```
F = 109.93, p-value = 5.067e-10 ***
```

**Interpretation:** Wenn die $\mathrm{H}_0$ wahr ist (d.h. sich die Koeffizienten in der Grundgesamtheit nicht unterscheiden) und wenn alle Annahmen erfüllt sind (z.B. das Modell richtig spezifiziert ist), dann ist es bei wiederholten Stichprobenziehungen extrem unwahrscheinlich neuerlich einen derart extremen Wert der Teststatistik zu erhalten!

$\Rightarrow$ wir verwerfen die Nullhypothese auf dem 1% Niveau!

# F Statistiken: Chow Strukturbruchtest

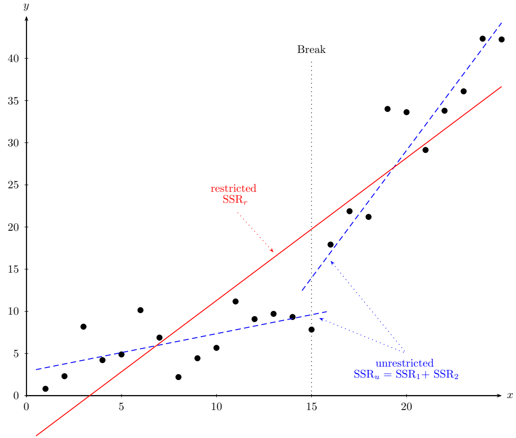
**Chow Test:** unterscheiden sich die Regressionskoeffizienten zwischen zwei Gruppen?

1. getrennte Regressionen für beide Gruppen $\rightarrow$ *unrestricted*

$$\text{SSR}_u = \text{SSR}_1 + \text{SSR}_2$$

2. eine Regression über alle Beobachtungen: $\text{SSR}_r$ $\rightarrow$ *restricted*
3. Chow Teststatistik:

$$\hat{F} = \frac{(\text{SSR}_r - \text{SSR}_u)/k}{\text{SSR}_u/(n-2k)} \overset{\text{H}_0}{\sim} \text{F}_{k,n-2k}$$



# $\mathbb{F}$ Statistiken: Chow Strukturbruchtest

**Beispiel:** Chow Test (s. Abbildung vorne)

| | unrestr. 1 | unrestr. 2 | restricted |
|---|---|---|---|
| Constant | $2.863^{*}$ | $-22.398^{**}$ | $-5.627^{**}$ |
| | $(1.424)$ | $(7.804)$ | $(2.377)$ |
| $x$ | $0.449^{**}$ | $2.616^{***}$ | $1.692^{***}$ |
| | $(0.157)$ | $(0.377)$ | $(0.160)$ |
| Observations | 15 | 10 | 25 |
| **Sum of Squared Resid.** | $89.317$ | $93.815$ | $764.471$ |
| F Statistic | $8.224^{**}$ | $48.134^{***}$ | $111.920^{***}$ |
| *Note:* | | | $^{*}$p$<$0.1; $^{**}$p$<$0.05; $^{***}$p$<$0.01 |

# $\mathbb{F}$ Statistiken: Chow Strukturbruchtest

**Beispiel:** Chow Test (s. Abbildung vorne)

| | unrestr. 1 | unrestr. 2 | restricted |
|---|---|---|---|
| Constant | $2.863^{*}$ | $-22.398^{**}$ | $-5.627^{**}$ |
| | $(1.424)$ | $(7.804)$ | $(2.377)$ |
| $x$ | $0.449^{**}$ | $2.616^{***}$ | $1.692^{***}$ |
| | $(0.157)$ | $(0.377)$ | $(0.160)$ |
| Observations | 15 | 10 | 25 |
| **Sum of Squared Resid.** | $89.317$ | $93.815$ | $764.471$ |
| F Statistic | $8.224^{**}$ | $48.134^{***}$ | $111.920^{***}$ |
| *Note:* | | | $^{*}$p<0.1; $^{**}$p<0.05; $^{***}$p<0.01 |

$$F^{\text{emp}} = \frac{(\text{SSR}_r - \text{SSR}_u)/k}{\text{SSR}_u/(n-2k)} = \frac{(764.471 - (89.317 + 93.815))/2}{(89.317 + 93.815)/(25-4)} = 33.331$$

# $\mathbb{F}$ Statistiken: Chow Strukturbruchtest

**Beispiel:** Chow Test (s. Abbildung vorne)

| | unrestr. 1 | unrestr. 2 | restricted |
|---|---|---|---|
| Constant | $2.863^{*}$ | $-22.398^{**}$ | $-5.627^{**}$ |
| | $(1.424)$ | $(7.804)$ | $(2.377)$ |
| $x$ | $0.449^{**}$ | $2.616^{***}$ | $1.692^{***}$ |
| | $(0.157)$ | $(0.377)$ | $(0.160)$ |
| Observations | 15 | 10 | 25 |
| **Sum of Squared Resid.** | $89.317$ | $93.815$ | $764.471$ |
| F Statistic | $8.224^{**}$ | $48.134^{***}$ | $111.920^{***}$ |
| *Note:* | | | $^{*}$p$<$0.1; $^{**}$p$<$0.05; $^{***}$p$<$0.01 |

$$F^{\text{emp}} = \frac{(\text{SSR}_r - \text{SSR}_u)/k}{\text{SSR}_u/(n-2k)} = \frac{(764.471 - (89.317 + 93.815))/2}{(89.317 + 93.815)/(25-4)} = 33.331$$

Kritischer Wert: $F^{\text{crit}}_{0.05,2,21} = 3.4668 \quad \Rightarrow$ Nullhypothese verwerfen!

# $\mathbb{F}$ Statistiken: Chow Strukturbruchtest

**Beispiel:** Chow Test (s. Abbildung vorne)

| | unrestr. 1 | unrestr. 2 | restricted |
|---|---|---|---|
| Constant | $2.863^{*}$ | $-22.398^{**}$ | $-5.627^{**}$ |
| | $(1.424)$ | $(7.804)$ | $(2.377)$ |
| $x$ | $0.449^{**}$ | $2.616^{***}$ | $1.692^{***}$ |
| | $(0.157)$ | $(0.377)$ | $(0.160)$ |
| Observations | 15 | 10 | 25 |
| **Sum of Squared Resid.** | $89.317$ | $93.815$ | $764.471$ |
| F Statistic | 8.224** | 48.134*** | 111.920*** |
| *Note:* | | | $^{*}$p<0.1; $^{**}$p<0.05; $^{***}$p<0.01 |

$$F^{\text{emp}} = \frac{(\text{SSR}_r - \text{SSR}_u)/k}{\text{SSR}_u/(n-2k)} = \frac{(764.471 - (89.317 + 93.815))/2}{(89.317 + 93.815)/(25-4)} = 33.331$$

Kritischer Wert: $F^{\text{crit}}_{0.05,2,21} = 3.4668$ $\Rightarrow$ Nullhypothese verwerfen!

Thanx . . .