Das Quantenspiel mit dem Realismusproblem[1]

Gebhard Grübl
Juni 1999

Zwei Personen, ein Frager F und ein rätselhafter Spieler S spielen das folgende Spiel. Die Spielrequisiten bestehen aus einem Globus und einem Zeigestock. Der Globus ist für beide Spieler, der Zeigestock hingegen ist nur für S sichtbar. Mit dem Stock berührt S den Globus an einer für F unbekannten Stelle. S könnte etwa mitsamt seinem Stock im Inneren des Globus versteckt sein. F soll durch Befragen von S jene Stelle ermitteln, an die dieser seinen Stock gelegt hat. Dabei darf F an S nur Fragen des Typs "ist dein Stock in X?" stellen, wobei F den Punkt X am Globus nach Gutdünken wählen kann. S darf im Gegenzug lediglich mit "ja" oder "nein" antworten. Der Frager F darf also keine Fragen etwa des Typs "ist dein Stock in X **oder** Y?" oder "ist dein Stock in der oberen Hemisphäre?" stellen, aber er darf innerhalb eines Spieldurchganges hintereinander mehrmals, nach Abwarten der Antworten, seine Fragen stellen. Ein möglicher Spielverlauf ist etwas abgekürzt:

$$X\text{? ja }/X\text{? ja }/Y\text{? ja }/X\text{? nein }/Y\text{? ja }/Z\text{? nein }/Y\text{? ja .}$$

F wird stutzig, da S die hintereinandergesetzten Fragen "ist dein Stock in X?" und "ist dein Stock in Y?" auch für $Y \neq X$ gelegentlich mit zweimal "ja" beantwortet. F zweifelt an der Aufrichtigkeit von S. Haben seine Antworten etwas mit dem tatsächlichen Ort seines Stockes zu tun? Nach einigen Spielen bemerkt F, dass S zumindest die folgenden Regeln in seinen Antworten befolgt.

1) Hat S auf die Frage "ist dein Stock in X?" mit "ja" geantwortet, so bleibt er jedenfalls bei dieser Antwort, wenn ihm dieselbe Frage unmittelbar darauf nochmals gestellt wird.

2) Hat S auf die Frage "ist dein Stock in X?" mit "nein" geantwortet, so antwortet er auf die unmittelbar darauf gestellte Frage "ist dein Stock in $-X$?" jedenfalls mit "ja".

Doch F ist mit dieser Einsicht noch nicht zufrieden. Er will versuchen, ein weiterreichendes Schema zu erkennen, nach dem S hintereinandergesetzte Fragen nach zwei beliebig, aber fest gewählten Örtern X und Y beantwortet. Dazu spielt F nun viele Spiele nach der folgenden Strategie: Als erste Frage stellt F: "ist dein Stock in X?". Antwortet S darauf mit "ja", so spielt F weiter und stellt die zweite Frage: "ist dein Stock in Y?" Die darauf erteilte Antwort wird notiert und ein neuer Spieldurchgang ausgerufen. Antwortet S auf die erste Frage mit "nein" wird sofort und ohne zweite Frage ein neuer Spieldurchgang begonnen. Nach vielen Spieldurchgängen stellt F fest: Die Häufigkeiten der "ja-ja" und "ja-nein" Antwortpaare innerhalb aller zweistufigen Spieldurchgänge streben gegen $\frac{1}{2}(1+\cos(\alpha))$ und $\frac{1}{2}(1-\cos(\alpha))$, wobei α der Winkel zwischen X und Y ist. Diese Regelmäßigkeit deutet darauf hin, daß die von S erteilten Antworten nicht vollkommen willkürlich sind, daß S also nicht völlig ungezügelt lügt. Vielleicht werden sie zumindest teilweise von der tatsächlichen Stockposition gesteuert. Eine analoge Untersuchung von n-stufigen Frage-Antwort Spielen zeigt, daß die

n-te Antwort mit einem "ja" als $(n-1)$-te Antwort genau so korreliert, wie dies die zweite Antwort mit einem ersten "ja" tut. Weitere Regelmäßigkeiten in den Antwortpaaren kann F jedoch nicht erkennen. (Eine solche weitergehende Regelmäßigkeit etwa wäre, daß auf 3 aufeinanderfolgende "ja-ja" Antwortpaare immer 3 "ja-nein" Antwortpaare folgen.)

F entwickelt eine Vorstellung vom Verhalten von S, die seine Beobachtungen zusammenfasst, aber auch über diese hinausgeht, da sie ein Bild von Unbeobachtetem enthält. F stellt sich vor: Wenn S seinen Stock auf einen Ort X gerichtet hat, reagiert er auf die Frage "ist dein Stock in Y?" mit einer Verschiebung des Stockes entweder nach Y und der Antwort "ja" oder nach $-Y$ und der Antwort "nein". (F nennt diese von den Fragen ausgelösten Verschiebungen "Quantensprünge".) Die Entscheidung darüber, ob S seinen Stock von X nach Y oder nach $-Y$ verschiebt, überläßt S dem Zufall, wobei die Wahrscheinlichkeit für die Verschiebung von X nach Y und Antwort "ja", durch

$$prob(X \to Y) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\alpha))$$

gegeben ist. Das alternative Ereignis der Verschiebung von X nach $-Y$ mit Antwort "nein" findet mit der (komplementären) Wahrscheinlichkeit

$$prob(X \to -Y) = \frac{1}{2}(1 - \cos(\alpha))$$

statt. Die Vorstellung, dass S seinen Stock tatsächlich irgendwo platziert, bleibt für F letztlich unüberprüfbar. Beobachten kann F lediglich die Korrelationen aufeinander folgender Antworten. Trotzdem erscheint diese Vorstellung dem Frager als hilfreiche Krücke, da sie eine knappe und klare Formulierung des Spielverhaltens von S ermöglicht.

Die von F erfundene Theorie sagt somit: In einem einzigen n-stufigen Spiel kann F keine Kenntnis der anfänglichen Stockposition erlangen. Um diese zu bestimmen, bedarf es einer "großen" Serie von zweistufigen Spielen, in der F in je einem Drittel der Fälle nach jeweils einer von drei verschiedenen Stockpositionen X_1, X_2, X_3, die nicht in einer Ebene liegen, fragt. **Falls** es F gelingt, S zu identischem Startverhalten zu bringen, ergibt sich dann aus den drei Wahrscheinlichkeiten $prob(X \to X_i)$ die Startposition X. Andererseits lehrt diese "Theorie", wie F seinen Partner S dazu zwingen kann, eine der beiden Stockpositionen X oder $-X$ mit seinem Stock einzunehmen. F braucht lediglich "ist dein Stock in X?" zu fragen. F kann also **eine** gegebene (ihm unbekannte) Stockposition **nicht** ermitteln, aber er kann Stockpositionen weitgehend, d.h. bis auf ihr Vorzeichen, erzwingen.

F gibt sich noch nicht geschlagen. Er sucht nach weiteren Möglichkeiten, die anfänglich von S eingenommene Stockposition herauszufinden. Um S von seinen Sprüngen abzuhalten, erwägt F Alternativen zu den direkten Fragen nach Stockpositionen. Er verfällt auf die Idee, den Globus visuell und akustisch zu überwachen. Dabei stellt er fest, dass ihm jeweils nur eine der beiden Kontrollen möglich ist; er kann nicht gleichzeitig horchen und schauen! Doch nicht genug mit dieser drastischen Beschränkung seiner Möglichkeiten. In der Folge findet F nämlich heraus, dass immer dann, wenn S auf die Frage "ist dein Stock im Nordpol N?" mit "ja" antwortet, der Globus (bei Betrachtung durch F)

leuchtet, dieser jedoch dunkel bleibt, wenn S auf die Frage "ist dein Stock in N?" mit "nein" antwortet. Umgekehrt beantwortet S im Anschluß an eine visuelle Kontrolle durch F, ob der Globus leuchtet oder nicht, **immer** die Frage "ist dein Stock in N?" mit "ja", wenn F den Globus leuchten sah, und andernfalls mit "nein". Eine Sichtkontrolle, ob der Globus leuchtet, hat also auf S denselben Effekt, wie die Frage "ist dein Stock in N?", löst also genauso wie diese Frage bei S jene "verdammte Springerei" aus. Die Sichtkontrolle ist also keine taugliche Alternative zur direkten Frage "ist dein Stock in N?". Weiters bedingt der hier beschriebene Sachverhalt, daß im Anschluß an die Frage "ist dein Stock in X?" für $X \neq \pm N$ der Frager F den **Globus weder leuchten noch nicht leuchten sieht**, weil er nicht schauen darf. Sobald F nämlich den Globus visuell kontrolliert, zerstört er die Einstellung des Stockes auf $X \neq \pm N$.

Ähnliches zeigt sich bei einer akustischen Überprüfung des Globus. Sie erweist sich als äquivalent zur Frage "ist dein Stock im Schnittpunkt M zwischen Nullmeridian und Äquator?". Möglich ist solches dadurch, dass F nicht gleichzeitig beide Sinne auf den Globus scharfstellen kann. Er kann nur entweder horchen oder schauen und tut im allgemeinen keines von beidem. F nennt dies die "Komplementarität" der beiden Wahrnehmungen. Könnte F gleichzeitig auf die Klingel des Globus horchen und auf seine Beleuchtung schauen, dann müsste er aufgrund der gefundenen Korrelationen schließen, dass S seinen Stock einerseits in einem der beiden Punkte $\pm N$ und andererseits in einem der Punkte $\pm M$ hat, was undenkbar ist.

F ist es bis heute nicht gelungen, allgemeine Eigenschaften der Stockposition zu entdecken, die nicht nur in speziellen Positionen vorliegen oder nicht vorliegen und die **begründetermaßen** als von $F's$ Wahrnehmung unabhängig gedacht werden können. (Solche Eigenschaften nennt F **objektiv**.) Zugänglich sind ihm lediglich Eigenschaften des gesamten Spielaufbaus, zu dem auch F gehört. Da F philosophisch geneigt ist, bereitet ihm dies Kopfzerbrechen. Er denkt: S ist ein Teil der Welt; und dieser Teil sollte doch für sich alleine genommen mit Eigenschaften ausgestattet sein. Mit Eigenschaften also, die davon unabhängig sind, ob ein weiterer Teil der Welt, ein F, horcht oder schaut. Seine Spielerfahrung scheint ihm jedoch sehr wenig über eine Korrelation zwischen der Stockposition und dem Leuchten oder dem Läuten des Globus zu sagen. So weiß F etwa nicht, ob der Globus leuchtet, wenn der Stock in M ist. Und es scheint ihm (beim gegenwärtigen Kenntnisstand) unmöglich, das herauszufinden. F räsoniert: Könnte es sein, dass ein Sachverhalt wie "der Globus leuchtet" ohne Bezugnahme auf F gar nicht existiert, sondern dass bloß ein Sachverhalt wie "F sieht den Globus leuchten" möglich ist? Da F positivistisch angehaucht ist, verfällt er auf den Gedanken, dass ohne ihn selbst sein Spielpartner S samt seiner merkwürdigen Globusbeleuchtung und Klingel nicht existiert. Er formuliert dies provokant "es gibt keine Wirklichkeit ohne Frager" und er doziert überspitzt "wenn keiner schaut, ist kein Mond am Himmel".[2] **Dies ist das Realismusproblem unseres Quantenspiels.**

Natürlich schließt $F's$ Unfähigkeit, gleichzeitig zu horchen und zu schauen, nicht aus, dass der Globus insgeheim gleichzeitig leuchtet und läutet. Tatsächlich

[2] N. D. Mermin, *"Is the moon there when nobody looks? Reality and the quantum theory"*, Phys. Today, April 1985, 38-47.

existiert für das hier beschriebene Quantenspiel eine Rezeptur, die ein objektives Leuchten und Läuten des Globus erfahrungskonform steuert. Für alle jene Quantenspiele aber, in denen der Globus durch ein höherdimensionales Gebilde ersetzt ist, ist eine derartige Konstruktion jedoch innerhalb gewisser (zu enger?) Regeln undenkbar.[3]

Das analoge Spiel der klassischen Physik

Noch rätselhafter erscheint das Spin-1/2 Quantenspiel, wenn es mit einem analogen "klassischen" Spiel verglichen wird. In diesem Spiel darf F seine Fragen allgemeiner halten. Er darf mehrmals hintereinander Fragen des Typs "ist dein Stock in England?" oder "ist dein Stock auf der Südhalbkugel?" stellen, und S antwortet darauf wiederum jeweils mit "ja" oder "nein". S ist jedoch weniger wankelmütig. Wiederholungen derselben Frage beantwortet er jedenfalls gleich. Auch dann, wenn zwischen den beiden gleichen Fragestellungen weitere andere Fragen gestellt werden. **Die Antworten lassen also keine Beeinflussung durch die Fragen erkennen** und so gewinnt S den Eindruck, dass die Antworten eine von ihm unabhängige, tatsächlich vorliegende Stockposition widerspiegeln. F kann diese Position sogar durch genügend viele hintereinandergesetzte Fragen mit jeder gewünschten Genauigkeit ermitteln und so das Spiel zu einem Ende bringen.

Zusammenfassung der Unterschiede zwischen klassischem und Quantenspiel:

1) Die Frage "ist dein Stock in Europa?" ist eine Frage nach einem Gebiet. Im Quantenspiel darf nach jeweils nur **einem** Punkt und keinesfalls nach mehreren Punkten, z. B. einem Gebiet gefragt werden. Die Antwort auf die Frage nach einer Punktmenge $\{X, Y, ..\}$ ist im klassischen Spiel genau dann "ja" wenn eine der einzelnen Fragen $X?$, $Y?$, ... mit "ja" beantwortet wird. Die Unmöglichkeit einer Frage nach Mengen im Quantenspiel hängt wahrscheinlich mit der Inkonsistenz der Antworten auf die Hintereinandersetzung von Fragen nach Punkten in verschiedener Reihenfolge zusammen. (Sie wird als "Inkommensurabilität" oder auch "Komplementarität" bezeichnet.)

2) F kann in einem einzigen genügend langen klassischen Spiel die anfängliche Stockposition mit jeder beliebigen Genauigkeit ermitteln. Er benötigt keine Serie von Spielwiederholungen.

3) Er kann durch seine Fragen die Stockposition nicht manipulieren. Fragen beinflussen die von S eingenommenen Stockpositionen nicht.

[3] J. S. Bell, *"On the problem of hidden variables in quantum theory"*, Rev. mod. Phys. 38 (1966) 447-452.