Praktikum
Lineare Algebra 1
WS 2011/2012

Blatt 12

17. Jänner 2012

Nächste Woche am 24.01.2012 findet im HSB 3 um 12:00–14:00 oder um 14:00–16:00 die Klausur zum Prakikum Lineare Algebra statt.

(1) Finden Sie für die Matrix

$$N = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -3 & -3 & 0 \\ 6 & 0 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$

- das *charakteristische Polynom* der Matrix
- sämtliche *Eigenwerte* der Matrix
- zu jedem Eigenwert den entsprechenden *Eigenraum* der Matrix!

Besitzt der $\mathbb{R}$-Vektorraum $\mathbb{R}^2$ resp. $\mathbb{R}^3$ eine $\mathbb{R}$-*Basis aus Eigenvektoren* von M resp. von N ?

(2) Gegeben sei die folgende Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

- Berechne alle Eigenwerte und dazugehörige Eigenräume.
- Berechne A^n.

(3) Gegeben sei folgendes System von Differentialgleichungen

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}.$$

Berechne eine lineare Koordinatentransformation, i.e.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix}$$

mit $T \in \mathbb{C}^{2\times 2}$ so dass wir schreiben können

$$\begin{aligned} \ddot{z} &= \lambda_1 z, \\ \ddot{w} &= \lambda_2 w. \end{aligned}$$

Bemerkung: Physikalisch spricht man von einer Entkopplung der Gleichungen.