Praktikum
Lineare Algebra 1
WS 2011/2012

Blatt 6

15. November 2011

(1) Finden Sie für jedes der folgenden drei Systeme linearer Gleichungen eine Darstellung seiner gesamten Lösungsmenge:

$$\begin{aligned}
2x_1 + x_2 - 5x_3 - 3x_4 - 5x_5 &= 0\\
3x_1 + x_2 - 7x_3 - 5x_4 - 8x_5 &= 0\\
3x_1 + 2x_2 - 8x_3 - 4x_4 - 7x_5 &= 0\\
3x_1 + 3x_2 - 9x_3 - 2x_4 - 3x_5 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2x_1 + x_2 - 5x_3 - 3x_4 - 5x_5 &= 2\\
3x_1 + x_2 - 7x_3 - 5x_4 - 8x_5 &= 3\\
3x_1 + 2x_2 - 8x_3 - 4x_4 - 7x_5 &= 2\\
3x_1 + 3x_2 - 9x_3 - 2x_4 - 3x_5 &= 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2x_1 + x_2 - 5x_3 - 3x_4 - 5x_5 &= 2\\
3x_1 + x_2 - 7x_3 - 5x_4 - 8x_5 &= 4\\
3x_1 + 2x_2 - 8x_3 - 4x_4 - 7x_5 &= 2\\
3x_1 + 3x_2 - 9x_3 - 2x_4 - 3x_5 &= 1
\end{aligned}$$

Hinweis: Es ist **nicht** notwendig die Umformungen dreimal durchzuführen.

(2) Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 8 & 6 \\ 5 & 7 & 9 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{3\times 3} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{3\times 3}.$$

(a) Zeigen Sie, daß die Matrix A *invertierbar* ist.

(b) Finden Sie Matrizen $X \in \mathbb{Q}^{3\times 3}$ und $Y \in \mathbb{Q}^{3\times 3}$ mit $XA = B$ und $AY = B$.

(c) Sind die Matrizen X und Y durch die Bedingungen $XA = B$ und $AY = B$ eindeutig bestimmt? Gilt im Falle der Eindeutigkeit von X und Y die Gleichheit $X = Y$?