

Praktikum
Lineare Algebra 1
WS 2011/2012

Blatt 5

8. November 2011

- (1) (a) Verwandeln Sie jede der folgenden Matrizen über \mathbb{Q} mittels elementarer Zeilenumformungen in eine Matrix in Stufenform:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 16 & 9 & 4 & 1 \\ 64 & 27 & 8 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 8 & 3 \\ 2 & 4 & 4 & 4 & 2 \\ 3 & 8 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (b) Finden Sie mittels der in (a) berechneten Stufenformen und mittels der Methode aus Kapitel 2 der Vorlesung

- eine \mathbb{Q} -Basis des Lösungsraumes $L(A, 0) \leq \mathbb{Q}^{3 \times 1}$ des homogenen Systems $Ax = 0$
- eine \mathbb{Q} -Basis des Lösungsraumes $L(B, 0) \leq \mathbb{Q}^{4 \times 1}$ des homogenen Systems $Bx = 0$
- eine \mathbb{Q} -Basis des Lösungsraumes $L(C, 0) \leq \mathbb{Q}^{5 \times 1}$ des homogenen Systems $Cx = 0$.

Wie sehen diese Gleichungssysteme aus, wenn man sie *ohne Verwendung von Matrizen* anschreibt?

- (2) A sei die Matrix aus Aufgabe (1) und $b, c, d \in \mathbb{Q}^{3 \times 1}$ seien die Spalten

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie mittels der Ergebnisse aus Aufgabe (1) und mittels der Methode aus Kapitel 2 der Vorlesung wenigstens eine Darstellung der Lösungsmenge

- $L(A, b) \leq \mathbb{Q}^{3 \times 1}$ des inhomogenen Gleichungssystems $Ax = b$
- $L(A, c) \leq \mathbb{Q}^{3 \times 1}$ des inhomogenen Gleichungssystems $Ax = c$
- $L(A, d) \leq \mathbb{Q}^{3 \times 1}$ des inhomogenen Gleichungssystems $Ax = d$.

Für welche der drei Spalten b, c, d ist die zugehörige Lösungsmenge *leer*?