Praktikum
Lineare Algebra 1
WS 2011/2012

Blatt3 (Lösungen)
18. Oktober 2010

(1) Lösung von Aufgabe (1) :

Für die angegebenen Matrizen gilt:
$A \in \mathbb{Q}^{1\times 3}, \quad B \in \mathbb{Q}^{3\times 1}, \quad C \in \mathbb{Q}^{2\times 3}, \quad D \in \mathbb{Q}^{3\times 2}, \quad E \in \mathbb{Q}^{2\times 2}, \quad F \in \mathbb{Q}^{3\times 3}.$

Nach Definition des Matrizenproduktes existieren somit folgende Produktmatrizen:
$AB \in \mathbb{Q}^{1\times 1},\ AD \in \mathbb{Q}^{1\times 2},\ AF \in \mathbb{Q}^{1\times 3},\ BA \in \mathbb{Q}^{3\times 3},\ CB \in \mathbb{Q}^{2\times 1},\ CD \in \mathbb{Q}^{2\times 2},$
$CF \in \mathbb{Q}^{2\times 3},\ DC \in \mathbb{Q}^{3\times 3},\ DE \in \mathbb{Q}^{3\times 2},\ EC \in \mathbb{Q}^{2\times 3},\ EE \in \mathbb{Q}^{2\times 2},\ FB \in \mathbb{Q}^{3\times 1},$
$FD \in \mathbb{Q}^{3\times 2},\ FF \in \mathbb{Q}^{3\times 3}.$

Es ist

$$AB = \begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix}, \quad AD = \begin{pmatrix} 9 & -6 \end{pmatrix}, \quad AF = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad BA = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1/2 & 1 & 3/2 \\ 1/3 & 2/3 & 1 \end{pmatrix},$$

$$CB = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \end{pmatrix}, \quad CD = \begin{pmatrix} 18 & -12 \\ 27 & -18 \end{pmatrix}, \quad CF = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad DC = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$DE = \begin{pmatrix} -2/3 & -16/3 \\ 4/3 & 32/3 \\ -8/3 & -64/3 \end{pmatrix}, \quad EC = \begin{pmatrix} -8 & -16 & -24 \\ 14 & 28 & 42 \end{pmatrix}, \quad EE = \begin{pmatrix} -12 & -16 \\ 16 & -12 \end{pmatrix},$$

$$FB = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1/3 \end{pmatrix}, \quad FD = \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ -13/2 & 13/3 \\ 4/3 & -8/9 \end{pmatrix}, \quad FF = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 0 & -3/2 \\ 1/3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2) Lösung von Aufgabe (2) :

Die angesprochenen Summen lassen sich der Reihe nach in folgender Weise darstellen:

$$\sum_{j=1}^{5} A_{2j} \qquad \sum_{i=1}^{5} \sqrt{A_{i3}} \qquad \sum_{\substack{1\le i,j\le 5 \\ i\ne j}} A_{ij},$$

$$\sum_{1\le j\le i\le 5} A_{ij} \quad \text{oder} \quad \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{i} A_{ij} \quad \text{oder} \quad \sum_{j=1}^{5}\sum_{i=j}^{5} A_{ij}$$

$$\sum_{1\le j< i\le 5} A_{ij}^2 \quad \text{oder} \quad \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{i-1} A_{ij}^2 \quad \text{oder} \quad \sum_{j=1}^{5}\sum_{i=j+1}^{5} A_{ij}^2$$

(3) Lösung von Aufgabe (3) :

(a) Wir haben

$$\sum_{i=1}^{100} \frac{1}{k} - \sum_{i=1}^{100} \frac{1}{k+2} = \sum_{i=1}^{100} \frac{1}{k} - \sum_{i=3}^{102} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{101} - \frac{1}{102}$$

(b) Wir haben

$$\sum_{i=0}^{n} (x^2)^{i+2} = \sum_{i=2}^{n+2} (x^2)^i = \sum_{i=0}^{n+2} (x^2)^i - 1 - x^2 = \frac{x^{2n+6} - 1}{x^2 - 1} - 1 - x^2$$

(4) Lösung von Aufgabe (4) :

In (a), (b) und (d)

(a) Alle Elemente.

(b) Alle Diagonalelemente.

(c) Alle Elemente in einer ungeraden Zeile und geraden Spalte.

(d) Alle Elemente oberhalb oder in der Diagonale.

(e) Wie in (d).

(f) Alle Elemente oberhalb der Diagonale.