Praktikum
Lineare Algebra 1
WS 2011/2012

Blatt 3
18. Oktober 2010

(1) (a) Welche der folgenden Matrizen A, B, C, D, E, F mit Elementen aus $\mathbb{Q}$ können miteinander multipliziert werden – und in welcher Reihenfolge?

(b) Berechnen Sie alle möglichen Produkte der Matrizen A, B, C, D, E, F!

Dabei sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \\ 1/3 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}, \qquad D = \begin{pmatrix} 1 & -2/3 \\ -2 & 4/3 \\ 4 & -8/3 \end{pmatrix},$$

$$E = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \qquad F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1/2 & 0 & -3/2 \\ 0 & -2/3 & 0 \end{pmatrix}.$$

(2) Sei

$$A = (A_{ij})_{1 \leq i,j \leq 5} = \begin{pmatrix} A_{11} & \dots & A_{15} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{51} & \dots & A_{55} \end{pmatrix}.$$

Stellen Sie mittels Summenzeichen die Summen folgender Elemente der Matrix A dar:

- aller Elemente der Matrix in der zweiten Zeile
- die Wurzel aller Elemente der Matrix in der dritten Spalte
- aller Elemente der Matrix außerhalb der Diagonale
- aller Elemente der Matrix in und unterhalb der Diagonale
- die Quadrate aller Elemente der Matrix unterhalb der Diagonale.

(3) Berechne folgende Summen mittels Indexverschiebung:

$$\text{(a)} \sum_{k=1}^{100} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right) \qquad \text{(b)} \quad \sum_{i=0}^{n} x^{2i+4}$$

Hinweis: Die geometrische Reihe ist gegeben durch:

$$\sum_{i=0}^{n} q^i = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}.$$

Diese Identität wurde in der letzten Stunde gezeigt.

(4) Gegeben sei eine 5×5-Matrix $A = (A_{ij})_{1 \le i,j \le 5}$ mit Elementen in einem Körper K. Überlegen Sie, welche Elemente der Matrix A in den folgenden Ausdrücken summiert werden:

(a) $\displaystyle\sum_{j=1}^{5} \sum_{i=1}^{5} A_{ij}$ (b) $\displaystyle\sum_{i=1}^{5} A_{ii}$ (c) $\displaystyle\sum_{(i,j) \in \{1,3,5\} \times \{2,4\}} A_{ij}$

(d) $\displaystyle\sum_{j=1}^{5} \sum_{i=1}^{j} A_{ij}$ (e) $\displaystyle\sum_{1 \le i \le j \le 5} A_{ij}$ (f) $\displaystyle\sum_{i \in \{1,\ldots,5\}} \sum_{i<j} A_{ij}$