

Name:

Gruppe:

Thalhammer/Kirchner 10-12

Kirchner 12-14/ Kirchner 14-16

PS Analysis 1

Wintersemester 2006/07

2. Klausur

14. Dezember 2006

Bei jeder der folgenden sechs Aufgaben können zwei Punkte erreicht werden. Sie dürfen alle sechs Aufgaben bearbeiten, die vier besten werden gewertet. Alle Lösungen müssen ausreichend begründet werden, die Ergebnisse sind so weit wie möglich zu vereinfachen. Hilfsmittel wie Skripten, Bücher, Taschenrechner, Handies, ... sind nicht erlaubt.

Die Anwendung der Regel von l'Hôpital ist in dieser Klausur nicht erlaubt.

- (1) Die Folge  $(x_n)$  sei rekursiv definiert durch

$$x_0 := \frac{1}{3}, \quad x_{n+1} := \frac{2x_n + 4}{x_n + 5} \quad \text{für } n \geq 0.$$

Zeige, dass die Folge  $(x_n)$  konvergiert und berechne den Grenzwert.

- (2) Bestimme alle Häufungswerte der Folgen  $(x_n)$  und  $(y_n)$ :

$$(a) \ x_n = \cos \frac{\pi(2n+1)}{3} + (-1)^n \arctan n, \quad (b) \ y_n = \sqrt[n]{5^n + 3 \cdot 7^n}$$

- (3) Berechne für

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$$

die  $N$ -te Partialsumme  $s_N$  und den Wert der Reihe.

- (4) Zeige, dass die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{4n^2 - n}}$$

konvergiert. Ist die Reihe absolut konvergent?

- (5) Berechne die folgenden Grenzwerte:

$$(a) \ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{2x+1} - x - 1}{\sqrt{x+4} - 2}, \quad (b) \ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{x - \frac{\pi}{4}}$$

- (6) Berechne  $\int_1^4 \sqrt{x} dx$  mittels der Untersummen zur Zerlegung in  $n$  Teilintervalle, deren Längen geometrisch wachsen.