Praktikum
Analysis 1
WS 2011/2012

Blatt 10 (Lösungen)
15. Dezember 2011

(1) **Lösung von Aufgabe (1) :**

- Die Reihe konvergiert, gegen den Wert

$$\begin{aligned}\sum_{j=-1}^{\infty} \frac{(-2)^{3j}}{6^{2j}} &= \sum_{j=-1}^{\infty} \left(\frac{-8}{36}\right)^j \\ &= -\frac{9}{2} + \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{-2}{9}\right)^j \\ &= \frac{-9}{2} + \frac{1}{1+\frac{2}{9}} = -\frac{81}{22}\end{aligned}$$

- Die Reihe konvergiert für (Fallunterscheidung!)

$$\left|\frac{x}{\sqrt{4x-1}}\right| < 1 \Leftrightarrow |x| < \sqrt{4x-1} \Leftrightarrow 2-\sqrt{3} < x < 2+\sqrt{3}$$

  In diesem Fall berechnet sich der Grenzwert wie folgt

$$\begin{aligned}\sum_{j=-2}^{\infty} \left(\frac{x}{\sqrt{4x-1}}\right)^j &= \frac{4x-1}{x^2} + \frac{\sqrt{4x-1}}{x} + \frac{1}{1-\frac{x}{\sqrt{4x-1}}} \\ &= \frac{(4x-1)^{3/2}}{x^2(\sqrt{4x-1}-x)}\end{aligned}$$

(2) **Lösung von Aufgabe (2) :**

$$\begin{aligned}\cos(x+y) + i\sin(x+y) &= e^{i(x+y)} \\ &= e^{ix}e^{iy} \\ &= (\cos x + i\sin x)(\cos y + i\sin y) \\ &= \cos x\cos y - \sin x\sin y + i(\cos x\sin y + \cos y\sin x)\end{aligned}$$

Das Resultat folgt indem wir den Realteil und Imaginarteil vergleichen.

(3) **Lösung von Aufgabe (3) :**

- $\sqrt{e^{\frac{2}{3}\log 3}} = e^{\frac{1}{3}\log 3} = 3^{\frac{1}{3}}$
- $\ln\sqrt{x^2-y} = \frac{1}{2}\ln(x^2-y)$

- $2\sin^2\alpha - 1 + \cos 2\alpha = 2\sin^2\alpha - 1 + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = -\cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 0$

(4) **Lösung von Aufgabe (4) :**

- $D = \mathbb{R}$ und nach Vereinfachung $a^{x^2-x-5} = a^{x^2-3x+5} \Leftrightarrow x^2 - x - 5 = x^2 - 3x + 5 \Leftrightarrow x = 5$. Also $L = \{5\}$.
- $D = [0, \infty)$ und nach substitution $y = 2^{\sqrt{x}}$ haben wir $\frac{1}{4}y^2 - y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 2 \Leftrightarrow x = \log_2 2 = 1$. Also $L = \{1\}$.
- $D = \mathbb{R}$. Fallunterscheidung $\sin\alpha = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ oder $\sin\alpha = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.