Praktikum
Analysis 1
WS 2011/2012

Blatt 8 (Lösungen)
24. November 2011

(1) **Lösung von Aufgabe (1) :**

1. $f(3,3) = 2f(2,2) = 4f(1,1) = 8f(0,0) = 0$
2. $f(1,2) = 2f(0,1) = 2$
3. $f(3,1) = f(2,0) = 0$

(2) **Lösung von Aufgabe (2) :**

1. $\frac{1}{a+ib} = \frac{a-ib}{(a+ib)(a-ib)} = \frac{a-ib}{a^2+b^2} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\frac{b}{a^2+b^2}$
2. $a + \frac{b}{(b-ia)^2} = a + \frac{b(b+ia)^2}{(b-ia)^2(b+ia)^2} = a + \frac{b(b^2-a^2)}{(b^2+a^2)^2} + i\frac{2ab^2}{(b^2+a^2)^2}$

(3) **Lösung von Aufgabe (3) :** Induktionsanfang: $n = 0$ und daher $1 = 1$. Induktionsschritt:

$$\begin{aligned}
\sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} &= \binom{n+1}{0} + \sum_{k=1}^{n} \left[\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} \right] + \binom{n+1}{n+1} \\
&= 2 + \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} + \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \\
&= 2 \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \\
&= 2 \cdot 2^n \\
&= 2^{n+1}
\end{aligned}$$

wobei wir die Induktionshypothese $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$ verwendet haben.

(4) **Lösung von Aufgabe (4) :**

1. Da e^n stärker steigt als n^3 gilt $a_n \to 0$. Etwas mathematischer ausgedrückt: Da $n^3/e^n \to 0$ gilt auch $\frac{n^3}{e^n+1} \to 0$.
2. $\sqrt{n}\frac{n^2+x}{n^{5/2}+1} = \frac{n^{5/2}+n^{1/2}x}{n^{5/2}+1} = \frac{1+\frac{x}{n^2}}{1+\frac{1}{n^{5/2}}} \to 1$