Praktikum
Analysis 1
WS 2011/2012

Blatt 7 (Lösungen)
17. November 2011

(1) **Lösung von Aufgabe (1) :**

1. $a_n = \frac{42+\frac{17}{n^{25}}}{\frac{13}{n^5}+\frac{31}{n}}$ wird beliebig groß $\Rightarrow$ keine Konvergenz.
2. $b_n = \frac{\frac{3}{n}+\frac{1}{n^3}}{2+\frac{1}{n^2}} \to 0$.

(2) **Lösung von Aufgabe (2) :**

1. $\sqrt[3]{\left(1-\frac{3/2}{n}\right)^n}\left(1-\frac{3/2}{n}\right)^2 \to \sqrt[3]{e^{-3/2}} = e^{-1/2}$
2. $b_n = \left(\frac{(n-2)^2}{(n+1)^2}\right)^n = \left(\frac{n-2}{n+1}\right)^{2n} = \left(1-\frac{3}{n+1}\right)^{2n+2}\left(1-\frac{3}{n+1}\right)^{-2} = \left(\left(1-\frac{3}{m}\right)^m\right)^2\left(1-\frac{3}{m}\right)^2 \to (e^{-3})^2 = e^{-6}$. Da $m \to \infty \Leftrightarrow n \to \infty$

(3) **Lösung von Aufgabe (3) :**

$$\sum_{k=0}^{n} q^k = \begin{cases} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} & q \neq 0 \\ n+1 & q = 1 \end{cases} = \begin{cases} \frac{1}{1-q} & |q| < 1 \\ \text{divergent} & |q| \geq 1 \end{cases}$$

da $q^n \to 0$ für $|q| < 1$ und divergent für $|q| > 1$. Für $q = 1$ ist die Formel nicht anwendbar. Der Grenzwert existiert in diesem Fall nicht, da die Folge $a_n = n$ divergiert.

(4) **Lösung von Aufgabe (4) :**

$$\begin{aligned} a_n = \sqrt{n^3 + 2\sqrt{n^3}} - \sqrt{n^3} &= \frac{n^3 + 2\sqrt{n^3} - n^3}{\sqrt{n^3+2\sqrt{n^3}}+\sqrt{n^3}} \\ &= \frac{2\sqrt{n^3}}{\sqrt{n^3+2\sqrt{n^3}}+\sqrt{n^3}} = \frac{2}{\sqrt{1+\frac{2}{\sqrt{n^3}}}+1} \to 1 \end{aligned}$$