Praktikum
Analysis 1
WS 2011/2012

Blatt 6 (Lösungen)
10. November 2011

(1) **Lösung von Aufgabe (1) :** $D = \mathbb{R}\backslash\{-2, -6\}$. $L = (-\infty, -3-\sqrt{17}) \cup (-6, \frac{-12}{5}) \cup (-2, 2)$

(2) **Lösung von Aufgabe (2) :**

$$|x^2 - y^2| = |(x-y)(x+y)| = \Delta|x+y| \leq \Delta(|x| + |y|) \leq 2|x|\Delta$$

(3) **Lösung von Aufgabe (3) :**

1. $a_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ (siehe letzte Woche) und $a_2 = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$, da $re^{i\phi} = r(\cos\phi + i\sin\phi) = 2(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i)$ und daher $\cos\phi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ und $\sin\phi = -\frac{1}{2}$. Diese beiden Gleichungen sind nur dann erfüllt wenn $\phi = -\frac{\pi}{6}$ (btw. $\phi = \frac{11\pi}{6}$).
2. $a_1 + a_2 = 1 + \sqrt{3}$ und daher $r = 1 + \sqrt{3} \approx 2.73$ und $\theta = 0$. Anmerkung: Die maximale mögliche Amplitude ist $\sqrt{2} + 2 \approx 3.41$. Diese wird nicht erreicht, da die beiden Schwingungen **nicht** in Phase sind.
3.
$$\begin{aligned}
&\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) + 2\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) \\
=&\sqrt{2}\left[\cos(\omega t)\cos\frac{\pi}{4} - \sin(\omega t)\sin\frac{\pi}{4}\right] + 2\left[\cos(\omega t)\cos\frac{\pi}{6} + \sin(\omega t)\sin\frac{\pi}{6}\right] \\
=&\cos(\omega t)\left[1 + \sqrt{3}\right] + \sin(\omega t)\left[1 - 1\right] \\
=&(1 + \sqrt{3})\cos\omega t
\end{aligned}$$

   Dabei haben wir die Additionstheoreme verwendet. Beachte, dass diese Rechnung noch weitaus umständlicher wird wenn $\theta \neq 0$. In jedem fall ist die Berechnung mithilfe der komplexen Zahlen vorzuziehen!