Praktikum
Analysis 1
WS 2011/2012

Blatt 5 (Lösungen)
3. November 2011

(1) **Lösung von Aufgabe (1) :**

- $D = \mathbb{R}$. Nullstellen bestimmen ergibt $(x = -2) \vee (x = 5)$. Daher müssen wir die Ungleichung $(x+2)(x-5) \leq 0$ lösen. Also muss gelten $(x+2 \leq 0) \wedge (x-5 \geq 0)$ oder $(x+2 \geq 0) \wedge (x-5 \leq 0)$. Der erste Fall liefert einen Widerspruch. Aus dem zweiten Fall erhalten wir $L = [-2, 5]$.
- $D = \mathbb{R} \backslash \{-2, \frac{1}{3}\}$
  1. Fall $(x+2)(3x-1) > 0$: Dann haben wir $3x - 1 > x + 2 \Rightarrow x > \frac{3}{2}$. Dieser Fall trifft zu genau dann zu wenn $(x < -2) \vee (x > \frac{1}{3})$.
  2. Fall $(x+2)(3x-1) < 0$: Dann haben wir $3x - 1 < x + 2 \Rightarrow x < \frac{3}{2}$ Dieser Fall trifft zu genau dann zu wenn $-2 < x < \frac{1}{3}$.

  Daher gilt: $L = (-2, \frac{1}{3}) \cup (\frac{3}{2}, \infty)$.
- $D = \mathbb{R} \backslash \{1\}$ Wir haben $|3 - 6x| > |2 - 2x|$
  1. Fall $x < \frac{1}{2}$: Es gilt $3 - 6x > 2 - 2x \Rightarrow 1 > 4x \Rightarrow x < \frac{1}{4}$
  2. Fall $x \in [\frac{1}{2}, 1]$: Es gilt $6x - 3 > 2 - 2x \Rightarrow 8x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{8}$
  3. Fall $x > 1$: Es gilt $6x - 3 > 2x - 2 \Rightarrow 4x > 1 \Rightarrow x > \frac{1}{4}$

  Daher gilt $L = (-\infty, \frac{1}{4}) \cup (\frac{5}{8}, \infty)$
- $D = [-\sqrt{18}, \sqrt{18}]$. Beachte: x darf nicht ohne weiteres quadriert werden.
  1. Fall $x > 0$: Die Gleichung ist immer wahr.
  2. Fall $x \leq 0$: Hier dürfen wir quadrieren, da $-x \geq 0$. Dann erhalten wir $x^2 < 36 - 2x^2 \Rightarrow x^2 < 12 \Rightarrow -x < 2\sqrt{3} \Rightarrow x > -2\sqrt{3}$.

  Daher gilt $L = (-2\sqrt{3}, \sqrt{18}]$.

(2) **Lösung von Aufgabe (2) :**

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = (p + (1-p))^n = 1^n = 1$$

(3) **Lösung von Aufgabe (3) :**

1. $z = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$
2. $z = \sqrt{2} e^{-\frac{3\pi}{4}}$
3. $z = 2 e^{i\frac{3\pi}{4}}$

4. $z = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$

Als Beispiel rechnen wir die erste Aufgabe nach. Wir haben

$$re^{i\varphi} = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \stackrel{!}{=} \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

und da $r = |1+i| = \sqrt{2}$ erhalten wir zwei Gleichungen

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}},$$
$$\sin\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Die einzige Lösung (modulo 2π) dieser Gleichungen ist $\varphi = \frac{\pi}{4}$. Beachte, dass diese Lösung nicht notwendigerweise mit $\arccos\frac{\pi}{4}$ bzw. $\arcsin\frac{\pi}{4}$ übereinstimmt!

(4) **Lösung von Aufgabe (4):**

1. Der Fehler ist bei $t = 0$ minimal (also $e = 0$). Die Einhüllende des Fehlers steigt zunächst an fällt dann aber wieder ab. Siehe `http://www.wolframalpha.com/input/?i=abs%28sin%28t%29-sin%281.1*t%29%29+for+t%3D0+to+100`
2. Wir müssen $|\sin\omega t - \sin(\omega + e_m)t| = 2$ lösen. Dies tritt genau dann auf wenn eine Phasenverschiebung von π vorliegt also wenn $(\omega + e_m)t = \omega t + \pi \Rightarrow e_m t = \pi \Rightarrow t = \frac{\pi}{e_m}$. In diesem Fall ist die Beschreibung die durch $f_{\omega+e_m}$ gewonnen wurde volkommen sinnlos.