Praktikum
Analysis 1
WS 2011/2012

Blatt 4 (Lösungen)
27. Oktober 2011

(1) **Lösung von Aufgabe (1) :**

1. $\mathrm{Re}(z) = 3$, $\mathrm{Im}(z) = 4$, $|z| = 5$, $\overline{z} = 3 - 4i$.
2. $\frac{1+i}{1-i} = \frac{(i+1)(i+1)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$.
   Daher $\mathrm{Re}(z) = 0$, $\mathrm{Im}(z) = 1$, $|z| = 1$, $\overline{z} = -i$.
3. $$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}i}{\sqrt{3}+\sqrt{2}i} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}i)(\sqrt{3}-\sqrt{2}i)}{(\sqrt{3}+\sqrt{2}i)(\sqrt{3}-\sqrt{2}i)} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{6}-2i+3i}{5} = \frac{2\sqrt{6}}{5}+\frac{1}{5}i$$
   Daher $\mathrm{Re}(z) = \frac{2\sqrt{6}}{5}$, $\mathrm{Im}(z) = \frac{1}{5}$, $|z| = 1$, $\overline{z} = \frac{2\sqrt{6}}{5} - \frac{1}{5}i$.

(2) **Lösung von Aufgabe (2) :** Wir haben

$$i = (a+bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi.$$

Daher muss gelten $0 = a^2 - b^2$ und $1 = 2ab$. Dann gilt $a = \pm b$ und damit erhalten wir

$$\pm 2a^2 = 1.$$

Daraus folgt dann $a = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$, da alle weiteren Lösungen nicht reel sind (Daher $a = b$). Damit haben wir zwei komplexe Wurzeln nämlich

$$z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$$
$$z_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$$

(3) **Lösung von Aufgabe (3) :**

1. $z^2 = -1 \Rightarrow z = \pm\sqrt{-1} = \pm i$.
2. $x(3x^2 + 12) = 0$ und daher $x = 0$ oder $x = \pm\sqrt{-4} = \pm 2i$.
3. $z = -1 \pm \sqrt{1-1+i} = -1 \pm \sqrt{i} = -1 \pm (\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i)$.

(4) **Lösung von Aufgabe (4) :** Wir haben $Z = 200 + 150i$. Und daher gilt

$$I = \frac{10}{200+150i} = \frac{4}{125} - \frac{3}{125}i.$$

Da $I \approx \frac{1}{25}e^{-i0.64}$ entspricht, dies einem Strom von 0.04 und einer Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung von -0.64 radiant.