Praktikum
Analysis 1
WS 2011/2012
Blatt 2
13. Oktober 2011

(1) Vereinfache soweit wie möglich:

$$\frac{x^{3-a}y^{2a+1}}{(x+y)^{a+1}}\left(\frac{(x+y)^{5a+4}}{x^{2a+1}y} : \frac{y^{a+2}}{x^{3a+1}(x+y)^{3a+3}}\right)$$

(2) Berechne die Definitions- und Lösungsmengen der folgenden Gleichungen

- $14x^3 - 3x^2 - 5x = 0$
- $x^2 - \frac{1}{8}x = \frac{1}{32}$
- $x + 13 + \frac{30}{x} = 0$

(3) Bestimme Definitions- und Wertebereich und schreibe folgende Ausdrücke als Funktion an.

- $f(x) = \sqrt{x+7}$
- $g(\varphi) = 3 + \cos\varphi$
- $h(x) = (25 - x^2)^{1/2}$

(4) Bestimme, ob die folgenden Funktionen injektiv oder surjektiv sind.

- $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto x^4 + 5x^2$
- $C\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto 46$
- $k\colon \mathbb{R}_{\geq 0} \to (0, 0.5],\ x \mapsto \frac{1}{x^2+2}$

(5) **(Berechnung von Wurzeln).** Um Wurzeln numerisch auszurechnen, kann z.B.: die Babylonische Methode verwendet werden. Dabei wird eine erste Approximation x_0 an $\sqrt{a}$ gewählt. Dann ist

$$f^n(x_0) := \underbrace{f \circ f \circ \cdots \circ f}_{n\text{-mal}}(x_0)$$

mit

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \frac{1}{2}\left(x + \frac{a}{x}\right)$$

eine Approximation an $\sqrt{a}$, deren Genauigkeit mit wachsendem n zunimmt. Führe den oben beschriebenen Algorithmus mit $a = 2$, $n = 2$ und $n = 3$ aus und vergleiche das Ergebnis mit dem auf sieben Stellen genauen Wert:

$$\sqrt{2} \approx 1.414214.$$

Hinweis: Überlege ein geeignetes x_0.